**参考答案及详解**

1．已知，则的最小值为（    ）

A．3 B．4 C．5 D．6

【答案】D

【详解】，

，

当且仅当，即时取等号，

故选：D.

2．已知，，，则的最小值为（    ）

A． B．12 C． D．6

【答案】A

【详解】因为，，，

所以，

当且仅当，即时，等号成立.

故选：A.

3．若正实数*x*，*y*满足，则（    ）

A．有最小值8 B．有最小值9 C．有最大值8 D．有最大值9

【答案】B

【详解】由得，

则，

当且仅当时等号成立，

故有最小值9．

故选：B.

4．已知，，且，则下列结论中正确的是（    ）

A．有最小值4 B．有最小值1

C．有最大值4 D．有最小值4

【答案】A

【详解】解： ，，且，

对于A，，当且仅当时取等号，所以A正确，

对于B，因为，所以，当且仅当时取等号，即有最大值1，所以B错误，

对于C，因为，当且仅当时取等号，即有最小值4，所以C错误，

对于D，因为，当且仅当时取等号，即有最大值4，所以D错误，

故选：A

5．某工厂近期要生产一批化工试剂，经市场调查得知，生产这批试剂的成本分为以下三个部分：①生产1单位试剂需要原料费50元；②支付所有职工的工资总额由7500元的基本工资和每生产1单位试剂补贴20元组成；③后续保养的费用是每单位元（试剂的总产量为单位，），则要使生产每单位试剂的成本最低，试剂总产量应为（    ）

A．60单位 B．70单位 C．80单位 D．90单位

【答案】D

【详解】解：设每生产单位试剂的成本为，

因为试剂总产量为单位，则由题意可知，原料总费用为元，

职工的工资总额为元，后续保养总费用为元，

则，

当且仅当，即时取等号，

满足，

所以要使生产每单位试剂的成本最低，试剂总产量应为90单位．

故选：D*．*

6．若对任意恒成立，则实数*a*的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】解：因为，所以，当且仅当即时取等号，因为恒成立，所以，即；

故选：C

7．已知，且，则的最小值为（    ）

A． B．8 C． D．10

【答案】D

【详解】整理为：，由基本不等式得：，即，解得：或，由于，所以舍去，从而的最小值是10

故选：D

8．已知正数*x*，*y*满足，则的最小值（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】令，，则，

即，

∴

，

当且仅当，即，时，等号成立，

故选：A.

**二、多选题**

9．已知正数*a*，*b*满足，则（    ）

A．*ab*的最大值为 B．的最小值为

C．的最小值为4 D．的最小值为2

【答案】AB

【分析】由利用基本不等式求*ab*的最大值，再求的最小值，由利用基本不等式求其最小值，再求的最小值.

【详解】∵  *a*，*b*为正实数，

∴ ，当且仅当时等号成立，又，

∴ ，当且仅当，时等号成立，

∴ *ab*的最大值为，A对，

时取等号 ，因为,

∴ ,其 最小值不是2，D错，

由基本不等式可得，当且仅当时等号成立，

又，

∴ ，当且仅当，时等号成立，

∴的最小值为， B对，

∵ ，

∴ ，当且仅当，时等号成立，

∴  的最小值为8，C错，

故选：AB.

10．已知实数，且满足，则下列说法正确的是（    ）

A．有最小值 B．有最大值

C．有最小值 D．有最大值

【答案】AC

【详解】，解不等式得或，故，

等号当且仅当时取得，故有最小值9，则A对，B错；

，解不等式得或，又，

故，当且仅当时取等号，故有最小值6，则C对，D错，

故选：AC．

11．（多选）下列说法正确的有（   ）

A．的最小值为2

B．已知*x*＞1，则的最小值为

C．若正数*x*、*y*满足*x*+2*y*＝3*xy*，则2*x*+*y*的最小值为3

D．设*x*、*y*为实数，若9*x2*+*y2*+*xy*＝1，则3*x*+*y*的最大值为

【答案】BCD

【详解】解：对于A选项，当*x=-1*时，，故A选项错误，

对于B选项，当*x*＞1时，*x*﹣1＞0，

则，

当且仅当时，等号成立，故B选项正确，

对于C选项，若正数*x*、*y*满足*x*+2*y*＝3*xy*，

则，

，

当且仅当*x*＝*y*＝1时，等号成立，故C选项正确，

对于D选项，

，

所以，可得，

当且仅当*y*＝3*x*时，等号成立，故3*x*+*y*的最大值为，D选项正确.

故选：BCD.

12．已知，，且，则（    ）

A．的取值范围 B．的取值范围是

C． D．的最小值是

【答案】CD

【详解】因为,且,所以，

当且仅当时取等号，注意到，则解得,

即,所以的取值范围为，故A错误;

又,且仅当时取等号,

解得，又，故B错误，

由,得,

所以，，

所以，

当且仅当，即或，无法取到，故，故C正确；



，

,当且仅当,即时取等号,

此时取得最小值，故D正确.

故选：CD.

**第II卷（非选择题）**

**三、填空题**

13．已知，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

【答案】6

【分析】根据基本不等式，即可求解.

【详解】解：∵

∴，（当且仅当，取“=”）

故答案为：6.

14．若，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】若，则，

当且仅当时，等号成立，

因此，的最小值为.

故答案为：.

15．已知，则函数的最小值为\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】7

【分析】由，得，构造导数关系，利用基本不等式即可得到.

【详解】法一：，，

，

当且仅当，即时等号成立，

故答案为：7.

法二：，令得或，

当时函数单调递减，

当时函数单调递增，

所以当时函数取得最小值为：，

故答案为：7.

16．已知且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】解：令，，因为，所以，

则，，所以,

所以

，

当且仅当，即，，即时取“”，

所以的最小值为.

故答案为：.

**四、解答题**

17．正数*x*，*y*满足.

(1)求*xy*的最小值；

(2)求*x*＋2*y*的最小值．

【答案】(1)36；(2)

【分析】(1)由基本不等式可得，再求解即可；

(2)由，再求解即可.

【详解】解：(1)由得*xy*≥36，当且仅当，即时取等号，

故*xy*的最小值为36.

(2)由题意可得，

当且仅当，即时取等号，

故*x*＋2*y*的最小值为.

18．求下列函数的最值

（1）求函数的最小值.

（2）若正数，满足，求的最小值.

【答案】（1）；（2）5.

【详解】（1），当且仅当即时等号成立，

故函数的最小值为.

（2）由得，

则，

当且仅当,即，时等号成立，

故的最小值为5.

【点睛】易错点睛：利用基本不等式求最值时，要注意其必须满足的三个条件：

（1）“一正二定三相等”“一正”就是各项必须为正数；

（2）“二定”就是要求和的最小值，必须把构成和的二项之积转化成定值；要求积的最大值，则必须把构成积的因式的和转化成定值；

（3）“三相等”是利用基本不等式求最值时，必须验证等号成立的条件，若不能取等号则这个定值就不是所求的最值，这也是最容易发生错误的地方.

19．（1）若，求的最小值及对应的值；

（2）若，求的最小值及对应的值．

【答案】（1）最小值为5，；（2）最小值为，．

【分析】（1）化简，再利用基本不等式求解；

（2）化简，再利用基本不等式求解.

【详解】（1）因为，所以，



当且仅当即时等号成立，函数取最小值5；

（2）



当且仅当即时等号成立，函数取最小值.

20．（1）设，求的最大值；

（2）已知，，若，求的最小值．

【答案】（1）；（2）．

【分析】（1）将转化为，用基本不等式求最大值即可；

（2）将变形为，整理后用基本不等式求最值.

【详解】（1）因为，所以，

所以，

当且仅当，即时等号成立，

所以的最大值为；

（2）因为，，所以，．

又，所以，







当且仅当，即时取等号，所以的最小值为．

21．第31届世界大学生夏季运动会将于2023年7月28日至8月8日在四川成都举行，某公司为了竞标配套活动的相关代言，决定对旗下的某商品进行一次评估.该商品原来每件售价为25元，年销售 8万件.

(1)据市场调查，若价格每提高1元，销售量将相应减少2 000件，要使销售的总收入不低于原收入， 该商品每件定价最多为多少元？

(2)为了抓住此次契机，扩大该商品的影响力，提高年销售量，公司决定立即对该商品进行全面技术革新和营销策略改革，并提高定价到元.公司拟投入( - 600)万元作为技改费用，投入50万元作为固定宣传费用，投入万元作为浮动宣传费用.试问：当该商品改革后的销售量至少应达到多少万件时，才可能使改革后的销售收入不低于原收入与总投入之和？并求出此时商品的每件定价.

【答案】(1)要使销售的总收入不低于原收入，每件定价最多为40元

(2)当该商品改革后的销售量至少达到10.2万件时，才可能使改革后的销售收入不低于原收入与总投入之和，此时该商品的每件定价为30元

（2）依题意，时，不等式有解，等价于时，有解，利用基本不等式，可以求得结论．

【详解】（1）解：设每件定价为*t*元，依题意得，

整理得 ，

解得.

所以要使销售的总收入不低于原收入，每件定价最多为40元.

（2）解：依题意，时，

不等式有解

等价于时，有解

（当且仅当时，等号成立）

．此时该商品的每件定价为30元

当该商品明年的销售量至少应达到10.2万件时，才可能使明年的销售收入不低于原收入与总投入之和，此时该商品的每件定价为30元．

22．已知均为正实数，且满足证明：

(1)；

(2)．

【详解】（1）均为正实数，则当且仅当时取“”，

同理可得：，当且仅当，时等号成立，

故当且仅当时取“”，

又，

故.

（2）



当且仅当时取“”，

同理当且仅当时取“”，

当且仅当时取“”．

又由，

可知．

当且仅当时取“”．

所以，

故．

当且仅当时取“”．