**绝密★启用前**

**20230213手动选题通用卷**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知是等差数列，且，，则(    )

A. B. C. D.

【答案】

*D*

【解析】

【分析】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了运算求解能力，属于基础题．  
由题意可得关于，的方程组，解得即可．

【解答】

解：是等差数列，且，，  
，  
解得，，  
，  
故选：．

2. 数列满足，，其前项积为，则(    )

A. B. C. D.

【答案】

*A*

【解析】

【分析】

本题考查数列递推式，考查学生分析解决问题的能力，确定数列是周期为的周期数列，且是关键，属于中档题．  
根据数列满足，，分析可得数列是周期为的周期数列，且，即可得出结论．

【解答】

解：，，  
，  
，  
，  
，  
，  
，  
则的取值具备周期性，周期数为，  
且，  
则．  
故选*A*．

3. 周髀算经中有这样一个问题：从冬至日起，小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气的日影长度依次成等差数列，冬至、立春、春分这三个节气的日影长度之和为尺，前九个节气日影长度之和为尺，则谷雨这一天的日影长度(    )

A. 尺 B. 尺 C. 尺 D. 尺

【答案】

*A*

【解析】

【分析】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．  
根据题意，设这个等差数列为，且该数列的公差为，结合题意可得数列首项与公差的两个方程，解出首项与公差，由等差数列通项公式计算可得答案．

【解答】

解：根据题意，设这个等差数列为，且该数列的公差为，  
则有，且；  
解可得：，，  
则谷雨这一天的日影长．  
故选*A*．

4. 设等差数列前项和为，，若对任意的，都有，则的值为(    )

A. B. C. D.

【答案】

*C*

【解析】

【分析】

本题考查等差数列的性质和求和公式，属基础题．  
由等差数列的性质和求和公式可得原式，代值计算可得．

【解答】

解：由等差数列的性质和求和公式可得：  
．  
故选：．

5. 设函数可导，则等于(    )



A. B. C. D.

【答案】

*C*

【解析】

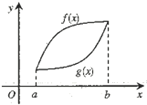
【分析】

本题考查导数的概念，是简单题．  
利用导数的定义即可得出．

【解答】

解：   
     
．  
故选*C*．

6. 已知函数和在区间上的图象如图所示，那么下列说法正确的是(    )



A. 在到之间的平均变化率大于在到之间的平均变化率  
B. 在到之间的平均变化率小于在到之间的平均变化率  
C. 对于任意，函数在处的瞬时变化率总大于函数在处的瞬时变化率  
D. 存在，使得函数在处的瞬时变化率小于函数在处的瞬时变化率

【答案】

*D*

【解析】

【分析】

本题考查了导数的概念及其应用问题，属于基础题解题时应结合平均变化率与瞬时变化率以及导数的几何意义，判定每一个选项是否正确．  
由函数在某一区间上的平均变化率的定义，可以判定选项*A*、*B*错误；由函数在某一点处的瞬时变化率是函数在该点处的导数，即函数在该点处的切线的斜率，可以判定选项*C*错误，*D*正确．

【解答】

解：对于、，在到之间的平均变化率是，  
在到之间的平均变化率是，  
，即二者相等；  
选项*A*、*B*错误；  
对于、，函数在处的瞬时变化率是函数在处的导数，即函数在该点处的切线的斜率，同理函数在处的瞬时变化率是函数在处的导数，即函数在处的切线的斜率，由图形知，选项*C*错误，*D*正确．  
故选：．

7. 若，则的解集为(    )

A. B.   
C. D.

【答案】

*C*

【解析】

【分析】

本题考查导数的加法与减法法则，一元二次不等式的解法，属于基础题．  
由题意，可先求出函数的定义域及函数的导数，再解出不等式的解集与函数的定义域取交集，即可选出正确选项．

【解答】

解：由题，的定义域为，，  
令，整理得，解得或，  
结合函数的定义域知，的解集为．  
故选：．

8. 已知定义在上的函数的导函数为，且满足，则关于的不等式的解集为(    )



A. B. C. D.

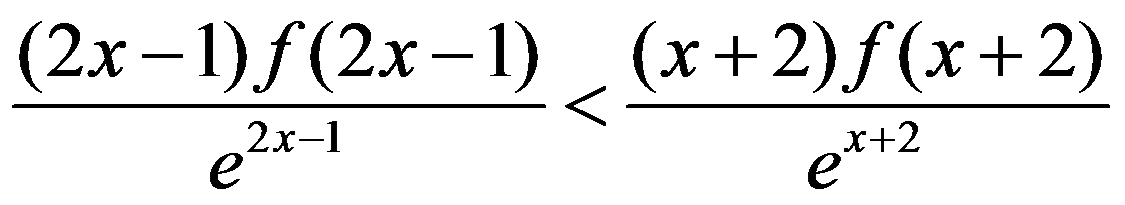
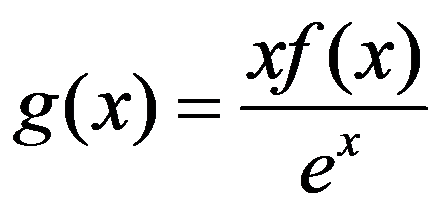
【答案】

*A*

【解析】

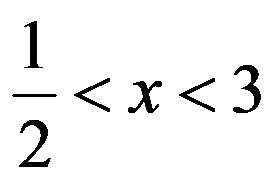
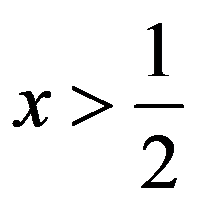
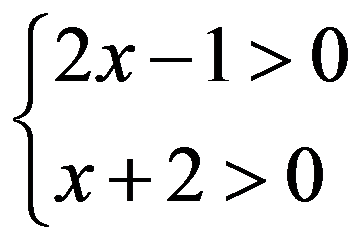
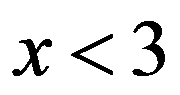
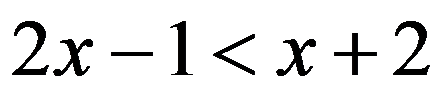
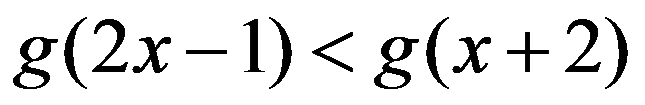
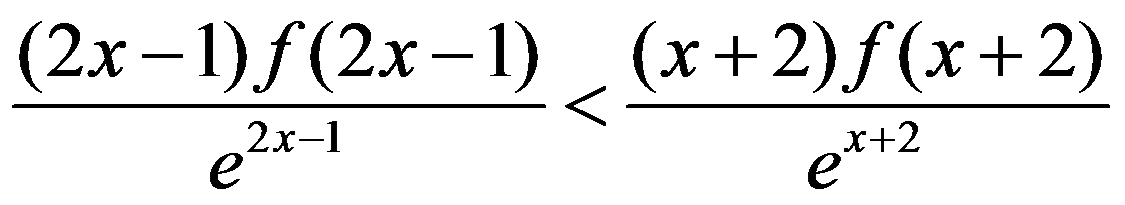
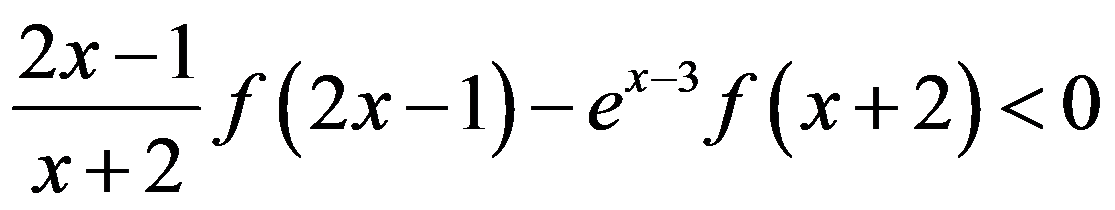
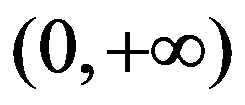
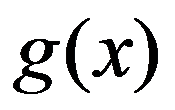
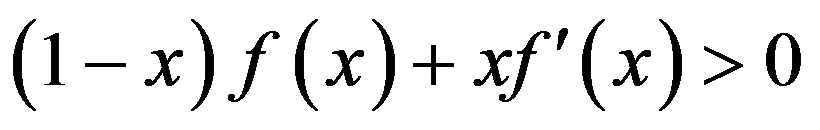
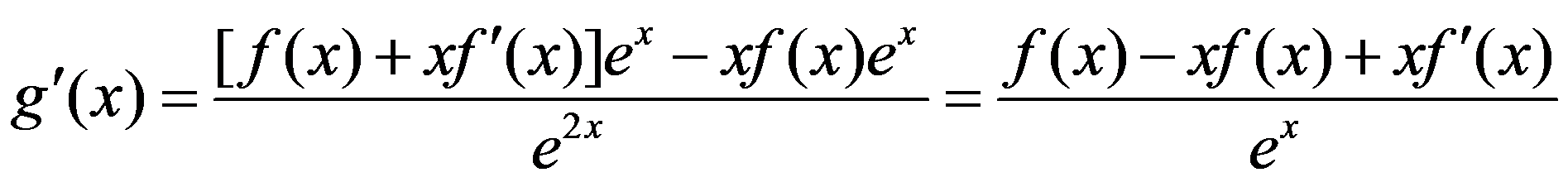
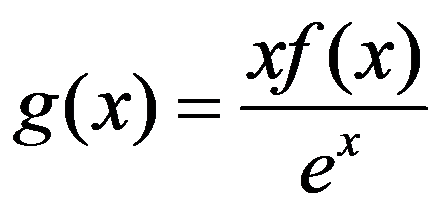
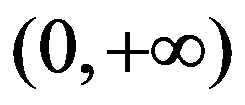
【分析】

本题考查利用导数研究函数的单调性，涉及抽象不等式的解法，利用条件构造函数，利用函数单调性和导数之间的关系是解决本题的关键．  
根据题意，构造函数，对其求导分析可得在上单调递增，原不等式可以转化为，结合函数的单调性分析求解即可得答案．



【解答】

解：函数定义域为，  
设，则，  
，  
，  
在上单调递增，  
不等式可化为，  
即，  
所以，，  
又，得，  
即，  
原不等式的解集为．  
故选*A*．



二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列求导运算正确的是(    )

A. 若，则  
B. 若，则  
C. 若，则  
D. 若，则

【答案】

*ACD*

【解析】

【分析】

本题主要考查了简单复合函数的导数，导数的乘、除法运算，是较易题．  
利用导数的运算求解判断．

【解答】

解：因为，所以，故*A*正确；  
*B*.因为，所以，故*B*错误；  
*C*. 因为，所以，故*C*正确；  
*D*. 因为，所以，故*D*正确．  
故选*ACD*．

10. 已知数列满足，，设则下列结论正确的是(    )



A.   
B. 是首项为，公比为的等比数列  
C.   
D.

【答案】

*BD*

【解析】

【分析】

本题考查了数列的递推关系、等比数列的判定和数列通项公式的求解，属于基础题．  
由题意得可得，根据等比数列的定义即可判断，求出的通项公式，可以判断，，．

【解答】

解：由条件可得，即，又，  
所以是首项为，公比为的等比数列，故*B*正确；  
可得，所以，故*D*正确；  
则，，可知，*C*错误；  
故选*BD*．

11. 大衍数列来源于乾坤谱中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项都代表太极衍生过程已知大衍数列满足，，则(    )



A.   
B.   
C.   
D. 数列的前项和为

【答案】

*BCD*

【解析】

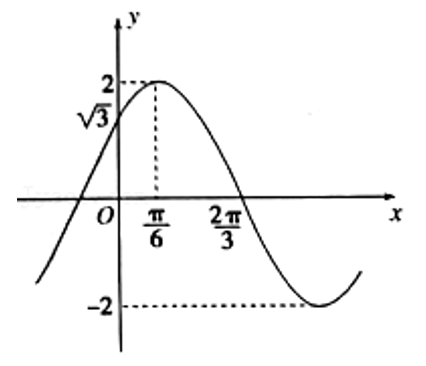
【分析】

本题考查了数列的通项公式，数列的递推关系，等差数列的求和与分组转化求和法，属于中档题．  
利用数列的递推关系，通过计算对与进行判断，利用数列的递推关系，求数列的通项公式对进行判断，再利用分组转化求和法，结合等差数列的求和对进行判断，从而得结论．

【解答】

解：因为大衍数列满足，，  
所以，，，故选项*A*错误  
因为当为奇数时，，  
当为偶数时，，  
所以，故选项*B*正确  
因为由选项*B*知：，由选项*A*知：，，  
所以当为奇数时，  
  
，  
当为偶数时，  
  
，  
因此，故选项*C*正确  
设数列的前项和为，  
则，  
因此由选项*C*知：  
  
，故选项*D*正确．  
故选*BCD*．

12. 已知函数的图象如图所示，令，则下列说法正确的是(    )



A.   
B. 函数图象的对称轴方程为  
C. 若函数的两个不同零点分别为，则的最小值为  
D. 函数的图象上存在点，使得在点处的切线斜率为

【答案】

*AD*

【解析】

【分析】

本题考查了由的部分图象确定解析式，也考查了导数的应用，属于中档题．  
根据函数的图象求出、、和的值，写出的解析式，求出，写出的解析式，再判断题目中的选项是否正确．

【解答】

解：根据函数的图象可知，，解得，  
故，又，解得．  
满足当时，可得，故，  
由，  
，  
所以；故*A*正确  
此时，，解得，；故*B*错误  
当，  
得或，；故*C*错误；  
因为，又，  
故函数的图象上存在点，使得在点处的切线斜率为故*D*正确  
故本题选*AD*．

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 设是数列的前项和，且，则          ．

【答案】

【解析】

【分析】

由，利用裂项求和方法即可得出结论．  
本题考查了裂项求和方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

【解答】

解：，  
  
．  
故答案为：．

14. 已知数列满足，，则数列的前项和          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查等比数列的定义和通项公式、求和公式的运用，考查分组求和方法，化简运算能力，属于基础题．  
利用等比数列的定义和通项公式，由数列的分组求和，结合等比数列的求和公式，计算可得所求和．

【解答】

解：因为，则，  
所以，  
所以，  
所以，，分别成等比数列，公比均为，  
所以数列的前项和  
，  
故答案为．

15. 在平面直角坐标系中，是曲线上的一个动点，则点到直线的距离的最小值是          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，考查点到直线距离公式的应用，是中档题．  
利用导数求平行于的直线与曲线的切点，再由点到直线的距离公式求点到直线的距离的最小值．

【解答】

解：由，得，  
设斜率为的直线与曲线切于，  
由，解得．  
曲线上，点到直线的距离最小，  
最小值为．  
故答案为：．

16. 函数在上单调递增，则实数的取值范围为          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了利用导数研究函数的单调性求函数的范围，属于基础题．  
求导得到单调递增区间，根据包含关系解得的取值范围．

【解答】

解：因为的定义域为，  
所以，  
由，解得，  
即函数的递增区间为，  
若函数在上单调递增，  
则，即．  
故答案为．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 本小题分

在递增的等比数列中，，，其中．

求数列的通项公式；

记，求数列的前项和．

【答案】

解：设数列的公比为，

则，

又，

，或，舍．

，即．

故

由得，．

．

【解析】本题考查了等比数列的通项公式、等比数列的性质和分组转化求和法，属于基础题．  
由及得，，进而得到，可得通项公式；

，转化为一个等差数列和一个等比数列，利用分组求和即可．

18. 本小题分  
已知函数．  
求函数在点处的切线方程．  
试判断函数的单调性；

【答案】

解：由题可知：，  
所以：，，  
函数在点处的切线方程为：即：．  
因为函数的定义域为，且，  
令，得，  
令，得，  
因此函数的单调增区间是，单调减区间是．

【解析】本题考查导数的几何意义，考查导数法研究函数的单调性．  
求出导函数，根据其导函数求出切线的斜率，进而求出结论．  
根据导函数的正负即可判断其单调性．

19. 本小题分

设函数．

若曲线在点处与直线相切，求，的值；

讨论函数的单调性．

【答案】

解：函数，，  
由题意知，，  
即  
解得，．  
己知，令，知，，  
当时，恒成立，此时函数在单调递增；  
当时，函数在，上单调递增，上单调递减；  
当时，函数在，上单调递增，上单调递减．

【解析】本题主要考查利用导数研究函数的单调性和导数的几何意义，属于中档题；  
由题意知，，即可求出，的值；  
求出导数，分三种情况讨论的范围可得出函数的单调性．

20. 本小题分

设数列的前项和为，已知，，．

求数列的通项公式；

设，数列的前项和为，求满足的正整数的最小值．

【答案】

解：因为，则，

当时，，即，即，

因为，所以是首项和公比都为的等比数列，从而，  
所以

由题设，，

则 ，

由，得，即，即，则．

所以正整数的最小值为

【解析】本题考查了数列的递推关系，等比数列的判定及通项公式，以及裂项相消求和法，属于中档题．  
利用公式得出通项公式，再验证是否成立即可；  
化简，使用裂项法求和，解不等式得出的范围即可．

21. 本小题分

已知椭圆的焦距为，以椭圆短轴为直径的圆经过点，椭圆的右顶点为．

求椭圆的方程

过点的直线与椭圆相交于两个不同的交点，，记直线，的斜率分别为，问是否为定值并证明你的结论．

【答案】

解：由题意可知，，  
则，，  
，  
故椭圆标准方程为；  
当直线的斜率不存在时，显然不合题意；  
当直线的斜率存在时，设直线方程为，代入，  
得．  
由，得．  
设，  
则，．  
  
  
  
  
．  
故为定值．

【解析】本题考查椭圆标准方程的求法，考查直线与椭圆位置关系的应用，属于中档题．  
由已知求得与，再由隐含条件求得，则椭圆方程可求；  
当直线的斜率不存在时，显然不合题意；当直线的斜率存在时，设直线方程为，与椭圆方程联立，化为关于的一元二次方程，利用根与系数的关系结合斜率公式即可求得为定值．

22. 本小题分

已知函数．  
求曲线在点处的切线方程  
设，讨论函数在上的单调性  
证明：对任意的，，有．

【答案】

解：由题，，  
故，，  
所以曲线在处的切线方程为  
由知，，，  
则，  
设，，  
则  
故在上递增，  
故，  
因此对任意恒成立，  
故在上单调递增  
设，  
则，  
由，在上单调递增，  
故，时，，  
因此，在上递增，  
故，  
因此，对任意的，，有．

【解析】本题将指对函数以乘法的方式联系到一起，构思新颖。第Ⅱ问判断导函数符号可以求二阶导，  
也可以直接放缩处理第Ⅲ问借助Ⅱ的结论可以快速得到结果．