**绝密★启用前**

**20230213手动选题通用卷**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知$\{a\_{n}\}$是等差数列，且$a\_{4}=4$，$a\_{7}=10$，则$a\_{10}=$(    )

A. $13$ B. $14$ C. $15$ D. $16$

【答案】

*D*

【解析】

【分析】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了运算求解能力，属于基础题．
由题意可得关于$a\_{1}$，$d$的方程组，解得即可．

【解答】

解：$\{a\_{n}\}$是等差数列，且$a\_{4}=4$，$a\_{7}=10$，
$∴\left\{\begin{matrix}a\_{4}=a\_{1}+3d=4\\a\_{7}=a\_{1}+6d=10\end{matrix}\right.$，
解得$a\_{1}=−2$，$d=2$，
$∴a\_{10}=a\_{1}+9d=−2+18=16$，
故选：$D$．

2. 数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=−3$，$a\_{n+1}=−\frac{a\_{n}+1}{a\_{n}−1}$，其前$n$项积为$T\_{n}$，则$T\_{2014}=$(    )

A. $\frac{3}{2}$ B. $−\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $−6$

【答案】

*A*

【解析】

【分析】

本题考查数列递推式，考查学生分析解决问题的能力，确定数列$\{a\_{n}\}$是周期为$4$的周期数列，且$T\_{4}=a\_{1}a\_{2}a\_{3}a\_{4}=1$是关键，属于中档题．
根据数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{1}=−3$，$a\_{n+1}=−\frac{a\_{n}+1}{a\_{n}−1}$，分析可得数列$\{a\_{n}\}$是周期为$4$的周期数列，且$a\_{1}a\_{2}=\frac{3}{2}$，即可得出结论．

【解答】

解：$∵a\_{1}=−3$，$a\_{n+1}=−\frac{a\_{n}+1}{a\_{n}−1}=\frac{1+a\_{n}}{1−a\_{n}}$，
$∴a\_{2}=\frac{1−3}{1+3}=\frac{−2}{4}=−\frac{1}{2}$，
$a\_{3}=\frac{1−\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$，
$a\_{4}=\frac{1+\frac{1}{3}}{1−\frac{1}{3}}=2$，
$a\_{5}=\frac{1+2}{1−2}=−3$，
$a\_{6}=\frac{1−3}{1+3}=−\frac{1}{2}$，
$…$，
则$a\_{n}$的取值具备周期性，周期数为$4$，
且$T\_{4}=a\_{1}a\_{2}a\_{3}a\_{4}=−3×(−\frac{1}{2})×\frac{1}{3}×2=1$，
则$T\_{2014}=a\_{1}a\_{2}a\_{3}a\_{4}…a\_{2014}=a\_{2013}a\_{2014}=a\_{1}a\_{2}=−3×(−\frac{1}{2})=\frac{3}{2}$．
故选*A*．

3. $《$周髀算经$》$中有这样一个问题：从冬至日起，小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气的日影长度依次成等差数列，冬至、立春、春分这三个节气的日影长度之和为$31.5$尺，前九个节气日影长度之和为$85.5$尺，则谷雨这一天的日影长度(    )

A. $5.5$尺 B. $4.5$尺 C. $3.5$尺 D. $2.5$尺

【答案】

*A*

【解析】

【分析】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．
根据题意，设这个等差数列为$\{a\_{n}\}$，且该数列的公差为$d$，结合题意可得数列首项$a\_{1}$与公差$d$的两个方程，解出首项与公差，由等差数列通项公式计算可得答案．

【解答】

解：根据题意，设这个等差数列为$\{a\_{n}\}$，且该数列的公差为$d$，
则有$a\_{1}+a\_{4}+a\_{7}=3a\_{1}+9d=31.5$，且$a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+a\_{4}+a\_{5}+a\_{6}+a\_{7}+a\_{8}+a\_{9}=9a\_{1}+36d=85.5$；
解可得：$d=−1$，$a\_{1}=13.5$，
则谷雨这一天的日影长$a\_{9}=13.5+8d=5.5$．
故选*A*．

4. 设等差数列$\{a\_{n}\},\{b\_{n}\}$前$n$项和为$S\_{n}$，$T\_{n}$，若对任意的$n\in N^{\*}$，都有$\frac{S\_{n}}{T\_{n}}=\frac{2n−3}{4n−3}$，则$\frac{a\_{2}}{b\_{3}+b\_{13}}+\frac{a\_{14}}{b\_{5}+b\_{11}}$的值为$$(    )

A. $\frac{29}{45}$ B. $\frac{13}{29}$ C. $\frac{9}{19}$ D. $\frac{19}{30}$

【答案】

*C*

【解析】

【分析】

本题考查等差数列的性质和求和公式，属基础题．
由等差数列的性质和求和公式可得原式$=\frac{S\_{15}}{T\_{15}}$，代值计算可得．

【解答】

解：由等差数列的性质和求和公式可得：
$\frac{a\_{2}}{b\_{3}+b\_{13}}+\frac{a\_{14}}{b\_{5}+b\_{11}}=\frac{a\_{2}}{2b\_{8}}+\frac{a\_{14}}{2b\_{8}}=\frac{2a\_{8}}{2b\_{8}}=\frac{\frac{15}{2}(a\_{1}+a\_{15})}{\frac{15}{2}(b\_{1}+b\_{15})}=\frac{S\_{15}}{T\_{15}}=\frac{27}{57}=\frac{9}{19}$．
故选：$C$．

5. 设函数$f(x)$可导，则$\lim\_{Δx\to 0}\frac{f(1+Δx)−f(1)}{3Δx}$等于(    )

A. $f′(1)$ B. $3f′(1)$ C. $\frac{1}{3}f′(1)$ D. $f′(3)$

【答案】

*C*

【解析】

【分析】

本题考查导数的概念，是简单题．
利用导数的定义即可得出．

【解答】

解：$\lim\_{Δx\to 0}\frac{f(1+Δx)−f(1)}{3Δx}$
 $=\frac{1}{3}\lim\_{Δx\to 0}\frac{f(1+Δx)−f(1)}{Δx}$
$=\frac{1}{3}f′(1)$．
故选*C*．

6. 已知函数$f(x)$和$g(x)$在区间$[a,b]$上的图象如图所示，那么下列说法正确的是(    )

A. $f(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率大于$g(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率
B. $f(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率小于$g(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率
C. 对于任意$x\_{0}\in (a,b)$，函数$f(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率总大于函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率
D. 存在$x\_{0}\in (a,b)$，使得函数$f(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率小于函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率

【答案】

*D*

【解析】

【分析】

本题考查了导数的概念及其应用问题，属于基础题$.$解题时应结合平均变化率与瞬时变化率以及导数的几何意义，判定每一个选项是否正确．
由函数在某一区间上的平均变化率的定义，可以判定选项*A*、*B*错误；由函数在某一点处的瞬时变化率是函数在该点处的导数，即函数在该点处的切线的斜率，可以判定选项*C*错误，*D*正确．

【解答】

解：对于$A$、$B$，$∵f(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率是$\frac{f(b)−f(a)}{b−a}$，
$g(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率是$\frac{g(b)−g(a)}{b−a}$，
$∴\frac{f(b)−f(a)}{b−a}=\frac{g(b)−g(a)}{b−a}$，即二者相等；
$∴$选项*A*、*B*错误；
对于$C$、$D$，$∵$函数$f(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率是函数$f(x)$在$x=x\_{0}$处的导数，即函数$f(x)$在该点处的切线的斜率，同理函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率是函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的导数，即函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的切线的斜率，由图形知，选项*C*错误，*D*正确．
故选：$D$．

7. 若$f(x)=x^{2}−2x−4lnx$，则$f′(x)>0$的解集为(    )

A. $(0,+\infty )$ B. $(−1,0)∪(2,+\infty )$
C. $(2,+\infty )$ D. $(−1,0)$

【答案】

*C*

【解析】

【分析】

本题考查导数的加法与减法法则，一元二次不等式的解法，属于基础题．
由题意，可先求出函数的定义域及函数的导数，再解出不等式$f′(x)>0$的解集与函数的定义域取交集，即可选出正确选项．

【解答】

解：由题，$f(x)$的定义域为$(0,+\infty )$，$f′(x)=2x−2−\frac{4}{x}$，
令$2x−2−\frac{4}{x}>0$，整理得$x^{2}−x−2>0$，解得$x>2$或$x<−1$，
结合函数的定义域知，$f′(x)>0$的解集为$(2,+\infty )$．
故选：$C$．

8. 已知定义在$(0,+\infty )$上的函数$f(x)$的导函数为$f′(x)$，且满足$(1−x)f(x)+xf′(x)>0$，则关于$x$的不等式$\frac{2x−1}{x+2}f(2x−1)−e^{x−3}f(x+2)<0$的解集为(    )

A. $(\frac{1}{2},3)$ B. $(3,+\infty )$ C. $(1,3)$ D. $(\frac{1}{2},+\infty )$

【答案】

*A*

【解析】

【分析】

本题考查利用导数研究函数的单调性，涉及抽象不等式的解法，利用条件构造函数，利用函数单调性和导数之间的关系是解决本题的关键．
根据题意，构造函数，对其求导分析可得$g(x)$在$(0,+\infty )$上单调递增，原不等式可以转化为，结合函数的单调性分析求解即可得答案．

【解答】

解：函数$f(x)$定义域为，
设，则，
$∵$，
$∴$，
$∴$在上单调递增，
不等式可化为，
即，
所以，，
又，得，
即，
$∴$原不等式的解集为$(\frac{1}{2},3)$．
故选*A*．



二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列求导运算正确的是(    )

A. 若$f(x)=sin(2x+3)$，则$f′(x)=2cos(2x+3)$
B. 若$f(x)=e^{−2x+1}$，则$f′(x)=e^{−2x+1}$
C. 若$f(x)=\frac{x}{e^{x}}$，则$f′(x)=\frac{1−x}{e^{x}}$
D. 若$f(x)=xlnx$，则$f′(x)=lnx+1$

【答案】

*ACD*

【解析】

【分析】

本题主要考查了简单复合函数的导数，导数的乘、除法运算，是较易题．
利用导数的运算求解判断．

【解答】

解：$A.$因为$f\left(x\right)=sin\left(2x+3\right)$，所以$f′\left(x\right)=2cos\left(2x+3\right)$，故*A*正确；
*B*.因为$f\left(x\right)=e^{−2x+1}$，所以$f′\left(x\right)=−2e^{−2x+1}$，故*B*错误；
*C*. 因为$f\left(x\right)=\frac{x}{e^{x}}$，所以$f′\left(x\right)=\frac{1−x}{e^{x}}$，故*C*正确；
*D*. 因为$f\left(x\right)=xlnx$，所以$f′\left(x\right)=lnx+1$，故*D*正确．
故选*ACD*．

10. 已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=1$，$na\_{n+1}=2(n+1)a\_{n}$，设$b\_{n}=\frac{a\_{n}}{n}.$则下列结论正确的是(    )

A. $b\_{3}=2$
B. $\{b\_{n}\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列
C. $b\_{2}=4$
D. $a\_{n}=n·2^{n−1}$

【答案】

*BD*

【解析】

【分析】

本题考查了数列的递推关系、等比数列的判定和数列通项公式的求解，属于基础题．
由题意得$\frac{a\_{n+1}}{n+1}=\frac{2a\_{n}}{n}$可得$b\_{n+1}=2b\_{n}$，根据等比数列的定义即可判断$B$，求出$\{b\_{n}\}$的通项公式，可以判断$A$，$C$，$D$．

【解答】

解：由条件可得$\frac{a\_{n+1}}{n+1}=\frac{2a\_{n}}{n}$，即$b\_{n+1}=2b\_{n}$，又$b\_{1}=1$，
所以$\{b\_{n}\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列，故*B*正确；
可得$b\_{n}=\frac{a\_{n}}{n}=2^{n−1}$，所以$a\_{n}=n·2^{n−1}$，故*D*正确；
则$b\_{2}=2$，$b\_{3}=4$，可知$A$，*C*错误；
故选*BD*．

11. 大衍数列来源于$《$乾坤谱$》$中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项都代表太极衍生过程$.$已知大衍数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{1}=0$，$a\_{n+1}=\left\{\begin{matrix}a\_{n}+n+1(n为奇数)\\a\_{n}+n(n为偶数)\end{matrix}\right.$，则(    )

A. $a\_{4}=6$
B. $a\_{n+2}=a\_{n}+2(n+1)$
C. $a\_{n}=\left\{\begin{matrix}\frac{n^{2}−1}{2}(n为奇数)\\\frac{n^{2}}{2}(n为偶数)\end{matrix}\right.$
D. 数列$\{(−1)^{n}a\_{n}\}$的前$2n$项和为$n(n+1)$

【答案】

*BCD*

【解析】

【分析】

本题考查了数列的通项公式，数列的递推关系，等差数列的求和与分组转化求和法，属于中档题．
利用数列的递推关系，通过计算对$A$与$B$进行判断，利用数列的递推关系，求数列的通项公式对$C$进行判断，再利用分组转化求和法，结合等差数列的求和对$D$进行判断，从而得结论．

【解答】

解：因为大衍数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{1}=0$，$a\_{n+1}=\left\{\begin{matrix}a\_{n}+n+1(n为奇数)\\a\_{n}+n(n为偶数)\end{matrix}\right.$，
所以$a\_{2}=a\_{1}+1+1=2$，$a\_{3}=a\_{2}+2=4$，$a\_{4}=a\_{3}+3+1=4+4=8$，故选项*A*错误$;$
因为当$n$为奇数时，$a\_{n+2}=a\_{n+1}+\left(n+1\right)=a\_{n}+n+1+\left(n+1\right)=a\_{n}+2\left(n+1\right)$，
当$n$为偶数时，$a\_{n+2}=a\_{n+1}+\left(n+1\right)+1=a\_{n}+n+\left(n+1\right)+1=a\_{n}+2\left(n+1\right)$，
所以$a\_{n+2}=a\_{n}+2\left(n+1\right)$，故选项*B*正确$;$
因为由选项*B*知：$a\_{n+2}=a\_{n}+2\left(n+1\right)$，由选项*A*知：$a\_{1}=0$，$a\_{2}=2$，
所以当$n$为奇数时，$a\_{n}=\left(a\_{n}−a\_{n−2}\right)+\left(a\_{n−2}−a\_{n−4}\right)+\cdots +\left(a\_{3}−a\_{1}\right)+a\_{1}$
$=2\left(n−1\right)+2\left(n−3\right)+\cdots +2×2+0=2\left[\left(n−1\right)+\left(n−3\right)+\cdots +2+0\right]$
$=2×\frac{\left[\left(n−1\right)+0\right]·\frac{n+1}{2}}{2}=\frac{n^{2}−1}{2}$，
当$n$为偶数时，$a\_{n}=\left(a\_{n}−a\_{n−2}\right)+\left(a\_{n−2}−a\_{n−4}\right)+\cdots +\left(a\_{4}−a\_{2}\right)+a\_{2}$
$=2\left(n−1\right)+2\left(n−3\right)+\cdots +2×3+2=2\left[\left(n−1\right)+\left(n−3\right)+\cdots +2+1\right]$
$=2×\frac{\left[\left(n−1\right)+1\right]·\frac{n}{2}}{2}=\frac{n^{2}}{2}$，
因此$a\_{n}=\left\{\begin{matrix}\frac{n^{2}−1}{2}(n为奇数)\\\frac{n^{2}}{2}(n为偶数)\end{matrix}\right.$，故选项*C*正确$;$
设数列$\{(−1)^{n}a\_{n}\}$的前$2n$项和为$S\_{2n}$，
则$S\_{2n}=−\left(a\_{1}+a\_{3}+a\_{5}+\cdots +a\_{2n−1}\right)+\left(a\_{2}+a\_{4}+a\_{6}+\cdots +a\_{2n}\right)$，
因此由选项*C*知：$S\_{2n}=−\left[\frac{1^{2}−1}{2}+\frac{3^{2}−1}{2}+\frac{5^{2}−1}{2}+\cdots +\frac{\left(2n−1\right)^{2}−1}{2}\right]+\left[\frac{2^{2}}{2}+\frac{4^{2}}{2}+\frac{6^{2}}{2}+\cdots +\frac{\left(2n\right)^{2}}{2}\right]$
$=\frac{1}{2}\left\{\left(2^{2}−1^{2}\right)+\left(4^{2}−3^{2}\right)+\left(6^{2}−5^{2}\right)+\left[\left(2n\right)^{2}−\left(2n−1\right)^{2}\right]\right\}+\frac{n}{2}$
$=\frac{1}{2}\left[3+7+11+\cdots +\left(4n−1\right)\right]+\frac{n}{2}=\frac{1}{2}·\frac{\left[\left(4n−1\right)+3\right]n}{2}+\frac{n}{2}=\frac{\left(2n+1\right)n}{2}+\frac{n}{2}=n\left(n+1\right)$，故选项*D*正确．
故选*BCD*．

12. 已知函数$f(x)=Acos(ωx+φ)(A>0,ω>0,\left|φ\right|<\frac{π}{2})$的图象如图所示，令$g(x)=f(x)−f′(x)$，则下列说法正确的是(    )

A. $g(\frac{π}{12})=\sqrt{2}$
B. 函数$g(x)$图象的对称轴方程为$x=\frac{11π}{12}+kπ(k\in Z)$
C. 若函数$h(x)=g(x)−\sqrt{6}$的两个不同零点分别为$x\_{1},x\_{2}$，则$\left|x\_{1}−x\_{2}\right|$的最小值为$π$
D. 函数$g(x)$的图象上存在点$P$，使得在$P$点处的切线斜率为$−2$

【答案】

*AD*

【解析】

【分析】

本题考查了由$y=Asin(ωx+φ)$的部分图象确定解析式，也考查了导数的应用，属于中档题．
根据函数$f(x)$的图象求出$A$、$T$、$ω$和$φ$的值，写出$f(x)$的解析式，求出$f′(x)$，写出$g(x)=f(x)−f′(x)$的解析式，再判断题目中的选项是否正确．

【解答】

解：根据函数$f(x)=Acos(ωx+φ)(A>0,ω>0,\left|φ\right|<\frac{π}{2})$的图象可知$A=2$，$\frac{2π}{3}−\frac{π}{6}=\frac{1}{4}×\frac{2π}{ω}$，解得$ω=1$，
故$f(x)=2cos (x+φ)$，又$\frac{π}{6}+φ=0$，解得$φ=−\frac{π}{6}$．
满足当$x=0$时，可得$2cosφ=\sqrt{3}$，故$f(x)=2cos(x−\frac{π}{6})$，
由$f(x)=2cos (x−\frac{π}{6})$，
$g(x)=2cos (x−\frac{π}{6})+2sin (x−\frac{π}{6})=2\sqrt{2}sin (x+\frac{π}{12})$，
所以$g(\frac{π}{12})=2\sqrt{2}sin\frac{π}{6}=\sqrt{2}$；故*A*正确
此时$x\_{}+\frac{π}{12}=\frac{π}{2}+kπ$，$k\in Z$，解得$x=\frac{5π}{12}+kπ$，$k\in Z$；故*B*错误
当$g(x)=\sqrt{6}⇒sin (x+\frac{π}{12})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，
得$x+\frac{π}{12}=\frac{π}{3}+2kπ$或$x+\frac{π}{12}=\frac{2π}{3}+2kπ$，$\left|x\_{1}−x\_{2}\right|\_{min}=\frac{π}{3}$；故*C*错误；
因为$g′(x)=2\sqrt{2}cos(x+\frac{π}{12})\in [−2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$，又$−2\in [−2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$，
故函数$g(x)$的图象上存在点$P$，使得在$P$点处的切线斜率为$−2.$故*D*正确
故本题选*AD*．

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 设$S\_{n}$是数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和，且$a\_{n}=\frac{2}{n(n+1)}$，则$S\_{n}=$          ．

【答案】

$\frac{2n}{n+1}$

【解析】

【分析】

由$a\_{n}=\frac{2}{n(n+1)}=2(\frac{1}{n}−\frac{1}{n+1})$，利用裂项求和方法即可得出结论．
本题考查了裂项求和方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

【解答】

解：$∵a\_{n}=\frac{2}{n(n+1)}=2(\frac{1}{n}−\frac{1}{n+1})$，
$∴S\_{n}=2(1−\frac{1}{2}+\frac{1}{2}−\frac{1}{3}+…+\frac{1}{n}−\frac{1}{n+1})$
$=2(1−\frac{1}{n+1})=\frac{2n}{n+1}$．
故答案为：$\frac{2n}{n+1}$．

14. 已知数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{1}=1$，$a\_{n}a\_{n+1}=2^{n}$，则数列$\{a\_{n}\}$的前$2n$项和$S\_{2n}=$          ．

【答案】

$3\left(2^{n}−1\right)$

【解析】

【分析】

本题考查等比数列的定义和通项公式、求和公式的运用，考查分组求和方法，化简运算能力，属于基础题．
利用等比数列的定义和通项公式，由数列的分组求和，结合等比数列的求和公式，计算可得所求和．

【解答】

解：因为$a\_{1}=1, a\_{n}a\_{n+1}=2^{n}$，则$a\_{2}=2$，
所以$a\_{n+1}a\_{n+2}=2^{n+1}$，
所以$\frac{a\_{n+1}a\_{n+2}}{a\_{n}a\_{n+1}}=\frac{a\_{n+2}}{a\_{n}}=2$，
所以$a\_{1}, a\_{3}, a\_{5}, \cdots $，$a\_{2}, a\_{4}, a\_{6}, \cdots $，分别成等比数列，公比均为$2$，
所以数列$\{a\_{n}\}$的前$2n$项和$S\_{2n}=\frac{a\_{1}\left(1−q^{n}\right)}{1−q}+\frac{a\_{2}\left(1−q^{n}\right)}{1−q}=$
$\frac{1−q^{n}}{1−q}\left(a\_{1}+a\_{2}\right)=\frac{1−2^{n}}{1−2}×\left(1+2\right)=3\left(2^{n}−1\right)$，
故答案为$3\left(2^{n}−1\right)$．

15. 在平面直角坐标系$xOy$中，$P$是曲线$y=x+\frac{4}{x}(x>0)$上的一个动点，则点$P$到直线$x+y=0$的距离的最小值是          ．

【答案】

$4$

【解析】

【分析】

本题考查利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，考查点到直线距离公式的应用，是中档题．
利用导数求平行于$x+y=0$的直线与曲线$y=x+\frac{4}{x}(x>0)$的切点，再由点到直线的距离公式求点$P$到直线$x+y=0$的距离的最小值．

【解答】

解：由$y=x+\frac{4}{x}(x>0)$，得$y′=1−\frac{4}{x^{2}}$，
设斜率为$−1$的直线与曲线$y=x+\frac{4}{x}(x>0)$切于$(x\_{0},x\_{0}+\frac{4}{x\_{0}})$，
由$1−\frac{4}{x\_{0}^{2}}=−1$，解得$x\_{0}=\sqrt{2}(x\_{0}>0)$．
$∴$曲线$y=x+\frac{4}{x}(x>0)$上，点$P(\sqrt{2},3\sqrt{2})$到直线$x+y=0$的距离最小，
最小值为$\frac{|\sqrt{2}+3\sqrt{2}|}{\sqrt{2}}=4$．
故答案为：$4$．

16. 函数$f\left(x\right)=\frac{lnx}{x}$在$\left(a,a+1\right)$上单调递增，则实数$a$的取值范围为          ．

【答案】

$\left[0,e−1\right]$

【解析】

【分析】

本题考查了利用导数研究函数的单调性求函数的范围，属于基础题．
求导得到单调递增区间，根据包含关系解得$a$的取值范围．

【解答】

解：因为$f(x)$的定义域为$\left(0,+\infty \right)$，
所以$f^{^{′}}(x)=\frac{1−lnx}{x^{2}}$，
由$f^{′}(x)>0$，解得$0<x<e$，
即函数的递增区间为$\left(0,e\right)$，
若函数$f\left(x\right)=\frac{lnx}{x}$在$\left(a,a+1\right)$上单调递增，
则$\left\{\begin{matrix}a\geq 0\\a+1\leq e\end{matrix}\right.$，即$0\leq a\leq e−1$．
故答案为$\left[0,e−1\right]$．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. $($本小题$10.0$分$)$

在递增的等比数列$\left\{\begin{matrix}a\_{n}\end{matrix}\right\}$中，$a\_{1}⋅a\_{6}=32$，$a\_{2}+a\_{5}=18$，其中$n\in N^{∗}$．

$(1)$求数列$\left\{\begin{matrix}a\_{n}\end{matrix}\right\}$的通项公式；

$(2)$记$b\_{n}=a\_{n}+log\_{2}a\_{n+1}$，求数列$\left\{\begin{matrix}b\_{n}\end{matrix}\right\}$的前$n$项和$T\_{n}$．

【答案】

解：$(1)$设数列$\left\{\begin{matrix}a\_{n}\end{matrix}\right\}$的公比为$q$，

则$a\_{2}⋅a\_{5}=a\_{1}⋅a\_{6}=32$，

又$a\_{2}+a\_{5}=18$，

$∴a\_{2}=2$，$a\_{5}=16$或$a\_{2}=16$，$a\_{5}=2($舍$)$．

$∴q^{3}=\frac{a\_{5}}{a\_{2}}=8$，即$q=2$．

故$a\_{n}=a\_{2}q^{n−2}=2^{n−1}(n\in N^{∗}).$

$(2)$由$(1)$得，$b\_{n}=2^{n−1}+n$．

$∴T\_{n}=b\_{1}+b\_{2}+\cdots +b\_{n}$

$=\left(1+2+2^{2}+\cdots +2^{n−1}\right)+\left(1+2+3+\cdots +n\right)$

$=\frac{1−2^{n}}{1−2}+\frac{\left(1+n\right)n}{2}=2^{n}−1+\frac{n^{2}+n}{2}$．

【解析】本题考查了等比数列的通项公式、等比数列的性质和分组转化求和法，属于基础题．
$(1)$由$a\_{2}⋅a\_{5}=a\_{1}⋅a\_{6}=32$及$a\_{2}+a\_{5}=18$得$a\_{2}=2$，$a\_{5}=16$，进而得到$q$，可得通项公式；

$(2)b\_{n}=2^{n−1}+n$，转化为一个等差数列和一个等比数列，利用分组求和即可．

18. $($本小题$12.0$分$)$
已知函数$f(x)=\frac{lnx}{x}−1$．
$(1)$求函数在点$(1,f(1))$处的切线方程．
$(2)$试判断函数$f(x)$的单调性；

【答案】

解：$(1)$由题可知：$f′(x)=\frac{1−lnx}{x^{2}}$，
所以：$f′(1)=1$，$f(1)=−1$，
$∴$函数在点$(1,f(1))$处的切线方程为：$y−(−1)=x−1$即：$y=x−2$．
$(2)$因为函数的定义域为$(0,+\infty )$，且$f′(x)=\frac{1−lnx}{x^{2}}$，
令$f′(x)=\frac{1−lnx}{x^{2}}>0$，得$0<x<e$，
令$f′(x)=\frac{1−lnx}{x^{2}}<0$，得$x>e$，
因此函数的单调增区间是$(0,e)$，单调减区间是$(e,+\infty )$．

【解析】本题考查导数的几何意义，考查导数法研究函数的单调性．
$(1)$求出导函数，根据其导函数求出切线的斜率，进而求出结论．
$(2)$根据导函数的正负即可判断其单调性．

19. $($本小题$12.0$分$)$

设函数$f(x)=x^{3}−3ax^{2}+b$．

$(1)$若曲线$y=f(x)$在点$(2,f(2))$处与直线$y=8$相切，求$a$，$b$的值；

$(2)$讨论函数$y=f(x)$的单调性．

【答案】

解：$(1)$函数$f(x)=x^{3}−3ax^{2}+b$，$f′(x)=3x^{2}−6ax$，
由题意知$f(2)=8$，$f′(2)=0$，
即$\left\{\begin{matrix}8−12a+b=8\\12−12a=0\end{matrix}\right.,$
解得$a=1$，$b=12$．
$(2)$己知$f′(x)=3x^{2}−6ax$，令$f′(x)=0$，知$x\_{1}=0$，$x\_{2}=2a$，
当$a=0$时，$f′(x)\geq 0$恒成立，此时函数$f(x)$在$R$单调递增；
当$a>0$时，函数$f(x)$在$(−\infty ,0)$，$(2a,+\infty )$上单调递增，$(0,2a)$上单调递减；
当$a<0$时，函数$f(x)$在$(−\infty ,2a)$，$(0,+\infty )$上单调递增，$(2a,0)$上单调递减．

【解析】本题主要考查利用导数研究函数的单调性和导数的几何意义，属于中档题；
$(1)$由题意知$f(2)=8$，$f′(2)=0$，即可求出$a$，$b$的值；
$(2)$求出导数，分三种情况讨论$a$的范围可得出函数的单调性．

20. $($本小题$12.0$分$)$

设数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，已知$a\_{1}=4$，$S\_{n}=a\_{n+1}+2n−4$，$n\in $$N$$ ^{\*}$．

$(1)$求数列$\{a\_{n}\}$的通项公式；

$(2)$设$b\_{n}=\frac{a\_{n}−2}{(2^{n}+1)(2^{n+1}+1)}$，数列$\{b\_{n}\}$的前$n$项和为$T\_{n}$，求满足$T\_{n}>\frac{13}{40}$的正整数$n$的最小值．

【答案】

解：$(1)$因为$S\_{n}=a\_{n+1}+2n−4$，则$S\_{n−1}=a\_{n}+2n−6 (n\geq 2)$，

当$n\geq 2$时，$a\_{n}=S\_{n}−S\_{n−1}=a\_{n+1}−a\_{n}+2$，即$a\_{n+1}=2a\_{n}−2$，即$a\_{n+1}−2=2(a\_{n}−2)$，

因为$a\_{1}−2=2$，所以$\{a\_{n}−2\}$是首项和公比都为$2$的等比数列，从而$a\_{n}−2=2^{n}$，
所以$a\_{n}=2^{n}+2.$

$(2)$由题设，$b\_{n}=\frac{2^{n}}{(2^{n}+1)(2^{n+1}+1)}=\frac{2^{n+1}+1−(2^{n}+1)}{(2^{n}+1)(2^{n+1}+1)}=\frac{1}{2^{n}+1}−\frac{1}{2^{n+1}+1}$，

则 $T\_{n}=(\frac{1}{2+1}−\frac{1}{2^{2}+1})+(\frac{1}{2^{2}+1}−\frac{1}{2^{3}+1})+\cdots +(\frac{1}{2^{n}+1}−\frac{1}{2^{n+1}+1})=\frac{1}{3}−\frac{1}{2^{n+1}+1}$，

由$\frac{1}{3}−\frac{1}{2^{n+1}+1}>\frac{13}{40}$，得$\frac{1}{2^{n+1}+1}<\frac{1}{3}−\frac{13}{40}=\frac{1}{120}$，即$2^{n+1}+1>120$，即$2^{n+1}>119$，则$n\geq 6$．

所以正整数$n$的最小值为$6.$

【解析】本题考查了数列的递推关系，等比数列的判定及通项公式，以及裂项相消求和法，属于中档题．
$(1)$利用公式$a\_{n}=S\_{n}−S\_{n−1}$得出通项公式，再验证$n=1$是否成立即可；
$(2)$化简$b\_{n}$，使用裂项法求和，解不等式得出$n$的范围即可．

21. $($本小题$12.0$分$)$

已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的焦距为$2$，以椭圆短轴为直径的圆经过点$M(1,\sqrt{2})$，椭圆的右顶点为$A$．

$(1)$求椭圆$C$的方程$;$

$(2)$过点$D(2,−2)$的直线与椭圆$C$相交于两个不同的交点$P$，$Q$，记直线$AP$，$AQ$的斜率分别为$k\_{1},k\_{2}$，问$k\_{1}+k\_{2}$是否为定值$?$并证明你的结论．

【答案】

解：$(1)$由题意可知，$2c=2$，
则$c=1$，$b=|OM|=\sqrt{3}$，
$∴a=\sqrt{b^{2}+c^{2}}=2$，
故椭圆标准方程为$\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{3}=1$；
$(2)$当直线$PQ$的斜率不存在时，显然不合题意；
当直线$PQ$的斜率存在时，设直线方程为$y+2=k(x−2)$，代入$3x^{2}+4y^{2}=12$，
得$(3+4k^{2})x^{2}−16(k^{2}+k)x+(16k^{2}+32k+4)=0$．
由$Δ=−48(8k+1)>0$，得$k<−\frac{1}{8}$．
设$P(x\_{1},y\_{1})Q(x\_{2},y\_{2})$，
则$x\_{1}+x\_{2}=\frac{16(k^{2}+k)}{3+4k^{2}}$，$x\_{1}x\_{2}=\frac{16k^{2}+32k+4}{3+4k^{2}}$．
$∴k\_{1}+k\_{2}=\frac{y\_{1}}{x\_{1}−2}+\frac{y\_{2}}{x\_{2}−2}$
$=\frac{k(x\_{1}−2)−2}{x\_{1}−2}+\frac{k(x\_{2}−2)−2}{x\_{2}−2}$
$=2k−\frac{2(x\_{1}+x\_{2}−4)}{x\_{1}x\_{2}−2(x\_{1}+x\_{2})+4}$
$=2k−\frac{2(\frac{16k^{2}+16k}{3+4k^{2}}−4)}{\frac{16k^{2}+32k+4}{3+4k^{2}}−2×\frac{16k^{2}+16k}{3+4k^{2}}+4}$
$=2k−\frac{32k−24}{16}=\frac{3}{2}$．
故$k\_{1}+k\_{2}$为定值$\frac{3}{2}$．

【解析】本题考查椭圆标准方程的求法，考查直线与椭圆位置关系的应用，属于中档题．
$(1)$由已知求得$c$与$b$，再由隐含条件求得$a$，则椭圆方程可求；
$(2)$当直线$PQ$的斜率不存在时，显然不合题意；当直线$PQ$的斜率存在时，设直线方程为$y+2=k(x−2)$，与椭圆方程联立，化为关于$x$的一元二次方程，利用根与系数的关系结合斜率公式即可求得$k\_{1}+k\_{2}$为定值$\frac{3}{2}$．

22. $($本小题$12.0$分$)$

已知函数$f(x)=e^{x}ln(1+x)$．
$(1)$求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程$;$
$(2)$设$g(x)=f′(x)$，讨论函数$g(x)$在$[0,+\infty )$上的单调性$;$
$(3)$证明：对任意的$s$，$t\in (0,+\infty )$，有$f(s+t)>f(s)+f(t)$．

【答案】

解：$(1)$由题，$f′(x)=e^{x}⋅ln(1+x)+e^{x}⋅\frac{1}{1+x}=e^{x}(ln(1+x)+\frac{1}{1+x})$，
故$f′(0)=e^{0}(ln(1+0)+\frac{1}{1+0})=1$，$f(0)=e^{0}ln(1+0)=0$，
所以曲线$y=f(x)$在$(0,f(0))$处的切线方程为$y=x;$
$(2)$由$(1)$知，$g(x)=e^{x}(ln(1+x)+\frac{1}{1+x})$，$x\in [0,+\infty )$，
则$g′(x)=e^{x}(ln(1+x)+\frac{2}{1+x}−\frac{1}{(1+x)^{2}})$，
设$h(x)=ln(1+x)+\frac{2}{1+x}−\frac{1}{(1+x)^{2}}$，$x\in [0,+\infty )$，
则$h′(x)=\frac{1}{1+x}−\frac{2}{(1+x)^{2}}+\frac{2}{(1+x)^{3}}=\frac{x^{2}+1}{(1+x)^{3}}>0$
故$h(x)$在$[0,+\infty )$上递增，
故$h(x)\geq h(0)=1>0$，
因此$g′(x)>0$对任意$x\in [0,+\infty )$恒成立，
故$g(x)$在$[0,+\infty )$上单调递增$;$
$(3)$设$m(s)=f(s+t)−f(s)−f(t)=e^{s+t}ln(1+s+t)−e^{s}ln(1+s)−e^{t}ln(1+t)$，
则$m′(s)=e^{s+t}(ln(1+s+t)+\frac{1}{1+s+t})−e^{s}(ln(1+s)+\frac{1}{1+s})=g(s+t)−g(s)$，
由$(2)$，$g(x)$在$[0,+\infty )$上单调递增，
故$s>0$，$t>0$时，$m′(s)=g(s+t)−g(s)>g(t)−g(0)>g(0)−g(0)=0$，
因此，$m(s)$在$(0,+\infty )$上递增，
故$m(s)>m(0)=f(0+t)−f(0)−f\left(t\right)=−f(0)=0$，
因此，对任意的$s$，$t\in (0,+\infty )$，有$f(s+t)>f(s)+f(t)$．

【解析】本题将指对函数以乘法的方式联系到一起，构思新颖。第$($Ⅱ$)$问判断导函数符号可以求二阶导，
也可以直接放缩处理$;$第$($Ⅲ$)$问借助$($Ⅱ$)$的结论可以快速得到结果．