

2021 届高三 二轮复习联考(二) 新高考卷

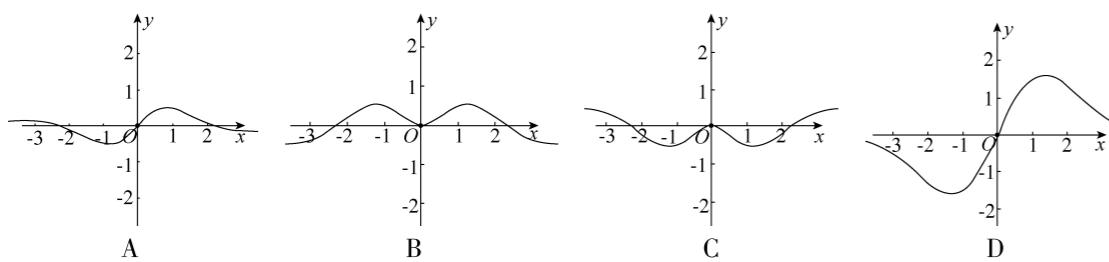
数 学 试 卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $U = \mathbb{R}, A = \{x | 1 < x < 3\}, B = \{x | y = \log_2(x-2)\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$
 - A. $(1, 2]$
 - B. $[3, +\infty)$
 - C. $(-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$
 - D. $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$
2. 设复数 z 满足 $(\sqrt{3} - i)z = 2$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$
 - A. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
 - B. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
 - C. $\sqrt{3} + i$
 - D. $\sqrt{3} - i$
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \in (0, 1] \\ 2f(x-1), & x \in (1, +\infty) \end{cases}$, 则 $f(\frac{7}{2}) =$
 - A. $-16\ln 2$
 - B. $16\ln 2$
 - C. $-8\ln 2$
 - D. $-32\ln 2$
4. 已知平面 α, β, γ , 直线 m, n , 则下列命题中正确的是
 - A. 若 $m // \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m // n$
 - B. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $m \perp n$
 - C. 若 $\alpha \cap \beta = l, m // \alpha, m // \beta$, 则 $m // l$
 - D. 若 $\alpha \cap \beta = l, m \subset \alpha, m \perp l$, 则 $m \perp \beta$
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, $a_1 = 2, 4a_8 + 2a_{12} = 9a_{10}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_2 a_n + n$, 则 $b_2 + b_4 + b_6 + b_8 + b_{10} =$
 - A. 40
 - B. 55
 - C. 35
 - D. 60
6. 函数 $f(x) = \frac{3x\sin x - x^2}{e^x + e^{-x}}$ 的图象大致为
 
 - A
 - B
 - C
 - D

7. 某学校举办冰雪知识竞赛,甲、乙两人分别从速度滑冰,花样滑冰,冰球滑冰,钢架雪车,跳台滑雪,冰壶等六个门类中各选三类作答,则甲、乙两人所选的类型中恰有两类相同的选法有()种。
 - A. 180
 - B. 225
 - C. 200
 - D. 400

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 l 过点 F_2 与双曲线的右支交于 A, B 两点, 若 $|AF_2| = 2|BF_2|$, $\angle BAF_1 = \frac{\pi}{3}$, 则双曲线 C 的离心率为
 - A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$
 - B. $\frac{11}{3}$
 - C. $\frac{7}{3}$
 - D. $\frac{\sqrt{14}}{3}$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,有选错的得 0 分,部分选对的得 3 分.

9. 2020 年 7 月 16 日,国家统计局发布 2020 年上半年中国经济数据. 数据显示,上半年,全国居民人均消费支出 9718 元,较 2019 年上半年全国人均消费支出 10330 元,下降约 5.9% (不考虑价格因素),图 1、图 2 分别为 2019 年上半年与 2020 年上半年居民人均消费支出构成,则下列说法正确的是

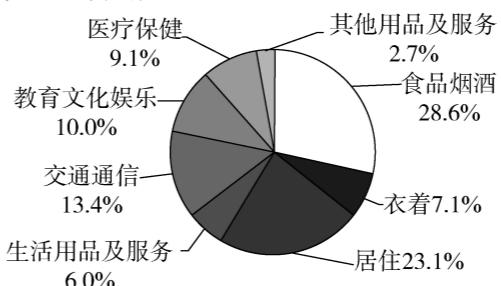


图 1

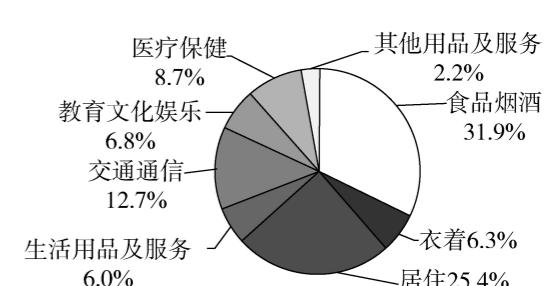


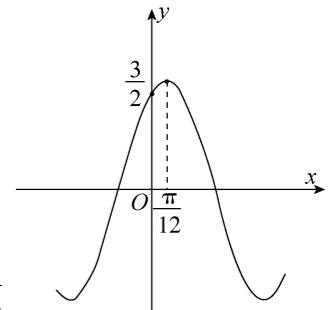
图 2

- A. 2020 年上半年较 2019 年上半年人均生活用品及服务消费支出减少了
- B. 2019 年上半年人均衣着消费支出和人均居住消费支出的总和超过了人均食品烟酒消费支出
- C. 2020 年上半年较 2019 年上半年人均居住消费支出减少了
- D. 2020 年上半年较 2019 年上半年人均教育文化娱乐消费支出比重降幅最大

10. 已知函数 $f(x) = A\sin(2x + \varphi)$, ($A > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图

所示,则下列说法正确的是

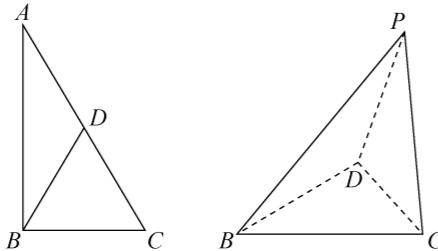
- A. $f(x) = \sqrt{3}\sin(2x + \frac{\pi}{3})$
- B. 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$ 上单调递减
- C. 函数 $g(x) = \sqrt{3}\cos 2x$ 的图象可由函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到
- D. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 中心对称



11. 已知 $a > 0, b > 0$, 则下列结论正确的是

- A. “ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充要条件
- B. 若 $a > b > 1$, 则 $\log_a 2021 < \log_b 2021$
- C. 若 $a > b > e$ (e 为自然对数的底数), 则 $a^b > b^a$
- D. 若 $\frac{4}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $a + b \geqslant 9$

12. 在直角三角形 ABC 中, $\angle B = \frac{\pi}{2}$, $AC = 2BC = 4$, D 为线段 AC 的中点, 如图, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折, 得到三棱锥 $P-BCD$ (点 P 为点 A 翻折到的位置), 在翻折过程中, 下列说法正确的是



- A. $\triangle PBD$ 的外接圆半径为 2
- B. 存在某一位置, 使得 $PD \perp BD$
- C. 存在某一位置, 使得 $PB \perp CD$
- D. 若 $PD \perp DC$, 则此时三棱锥 $P-BCD$ 的外接球的体积为 $\frac{32}{3}\pi$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若 $\tan(\pi - \alpha) = 4$, 则 $\cos(2\alpha + \frac{3}{2}\pi) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知向量 a, b 满足: $a \cdot b = -1$, $|b| = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $|a - b| = \frac{\sqrt{42}}{2}$, 则向量 a 与 b 的夹角为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , M 为椭圆 C 上任意一点, N 为圆 $E: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$ 上任意一点, 则 $|MN| - |MF_1|$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知函数 $f(x) = 2axe^x - (a-1)e^{2x} + x^2$, $x \in (-1, 1)$, 若 $f(x)$ 有两个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在① $2\sin C = ctan A$; ② $2\cos B = 2c - b$;

③ $2\cos^2 \frac{B+C}{2} = \cos 2A + 1$; 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并作答.

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(1) 求 A 的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 周长为 5, 求 a 的值.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_{n+1} - a_n}{a_n \cdot a_{n+1}}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

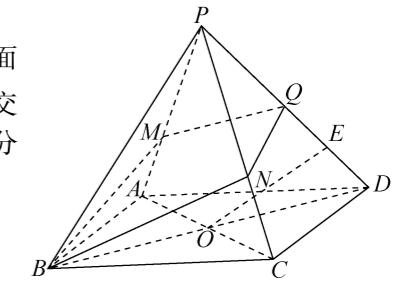
(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

如图, 在正四棱锥(底面是正方形, 顶点在底面的射影为底面正方形的中心) $P-ABCD$ 中, $AB = 2$, $PA = 2\sqrt{2}$, AC 与 BD 交于点 O , 平面 $BMQN$ 为直线 PD 的垂面, 且与 PA, PC, PD 分别交于 M, N, Q 三点, 点 E 在线段 PD 上, 且满足 $PE = 3ED$.

(1) 证明: $OE \parallel$ 平面 $BMQN$;

(2) 求直线 NQ 与平面 PAB 所成角的正弦值.



20. (12 分)

已知过抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 作直线 l 交抛物线 C 于 A, B 两点, 当直线 l 垂直于 x 轴时, $|AB| = 4$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过直线 $l': x = -2$ 上一点 M 做抛物线 C 的两条切线, 设切点为 P, Q .

求证: 直线 PQ 过定点.

21. (12 分)

某商场拟在年末进行促销活动, 为吸引消费者, 特别推出“玩游戏, 送礼券”的活动, 游戏规则如下: 每轮游戏都抛掷一枚质地均匀的骰子(形状为正方体, 六个面的点数分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6), 若向上点数不超过 2 点, 获得 1 分, 否则获得 2 分, 进行若干轮游戏, 若累计得分为 19 分, 则游戏结束, 可得到 200 元礼券, 若累计得分为 20 分, 则游戏结束, 可得到纪念品一份, 最多进行 20 轮游戏.

(1) 当进行完 3 轮游戏时, 总分为 X , 求 X 的期望;

(2) 若累计得分为 i 的概率为 p_i , (初始得分为 0 分, $p_0 = 1$).

① 证明: 数列 $\{p_i - p_{i-1}\}$, ($i = 1, 2, \dots, 19$) 是等比数列;

② 求活动参与者得到纪念品的概率.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - \ln x$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: $\frac{f(x)}{x} + \frac{1}{4}x^2 - x > -\frac{1}{4}$.