怀铁一中 2022 届高一数学复习试题（六）

一、单选题

1．已知下表为x与y之间的一组数据，若y与x线性相关，则y与x的回归直线$y=bx+a$必过点（　　）

x	0	1	2	3
y	1	3	5	7

A．$(2,2)$　　　　**B**．$(1.5,0)$　　　　**C**．$(1,2)$　　　　**D**．$(1.5,4)$

2．有线性相关关系的变量$\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$有观测数据$(\boldsymbol{x_i},\boldsymbol{y_i})(\boldsymbol{i}=\mathbf{1},\mathbf{2},\ldots,\mathbf{15})$，已知它们之间的线性回归方程是$\hat{\boldsymbol{y}}=\mathbf{5}\boldsymbol{x}+\mathbf{11}$，若$\sum_{i=1}^{15}\boldsymbol{x_i}=\mathbf{18}$，则$\sum_{i=1}^{15}\boldsymbol{y_i}=$（　　）

A．**17**　　　　**B**．**86**　　　　**C**．**101**　　　　**D**．**255**

3．某药厂为了了解某新药的销售情况，将 2019 年 2 至 6 月份的销售额整理如下：

月份	2	3	4	5	6
销售额（万元）	19	25	35	37	42

根据 2 至 6 月份的数据可求得每月的销售y关于月份x的线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$为（　　）

（参考公式及数据：$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$，$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=690$，$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=90$）

A．$\hat{y}=5.8x+8.4$　　　　**B**．$\hat{y}=8.4x+5.8$　　　　**C**．$\hat{y}=6x-9$　　　　**D**．$\hat{y}=4x+31.6$

4．若 **6** 名男生和 **9** 名女生身高（单位：cm）的茎叶图如图，则男生平均身高与女生身高的中位数分别为（　　）

男		女
	16	2 3 8 7 6
6 3 8	17	0 6
6 0	18	5 4
3	19	

A．**179**，**168**　　　　**B**．**180**，**166**　　　　**C**．**181**，**168**　　　　**D**．**180**，**168**

5．一组数据的平均数为m，方差为n，将这组数据的每个数都乘以$a\left(a>0\right)$得到一组新数据，则下列说法正确的是（　　）

A．这组新数据的平均数为m　　　　**B**．这组新数据的平均数为$a+m$

C．这组新数据的方差为an　　　　**D**．这组新数据的标准差为$a\sqrt{n}$

6．已知某地区中小学生人数和近视情况分别如图 **1** 和如图 **2** 所示，为了了解该地区中小学生的近视形成原因，用分层抽样的方法抽取 2% 的学生进行调查，则样本容量和抽取的高中

生近视人数分别为（　　）

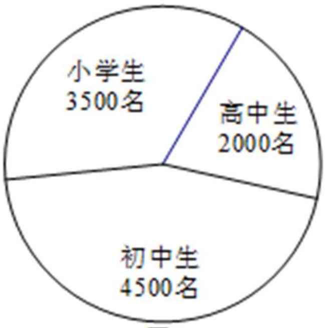


图1

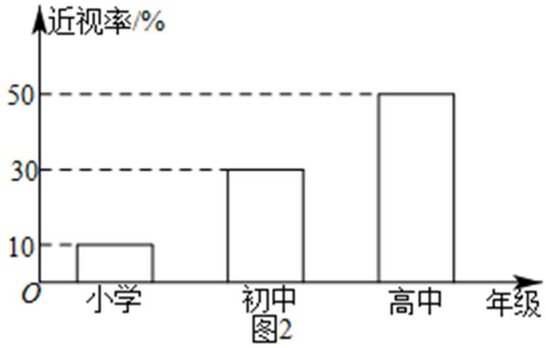


图2

A．100，20　　B．200，20　　C．100，10　　D．200，10

7．已知向量$\vec{m}=(a,2)$，$\vec{n}=(1,1+a)$，若$\vec{m}//\vec{n}$，则实数 **a** 的值为(　　)

A．$-\dfrac{2}{3}$　　B．2 或-1　　C．-2或 1　　D．-2

8．已知$\sin\theta<0$，$\tan\theta>0$，则$\sqrt{1-\sin^2\theta}$的化简结果为（　　）

A．$\cos\theta$　　B．$-\cos\theta$　　C．$\pm\cos\theta$　　D．以上都不对

9．已知函数$f(x)=\cos(2x+\varphi)(-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称，则$\varphi=$(　　)

A．$-\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{6}$　　C．$-\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{3}$

10．若角θ的终边过点$(\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，则$\sin\theta$等于（　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

11．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1$，将$f(x)$的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$，纵坐标保持不变；再把所得图象向上平移1个单位长度，得到函数$y=g(x)$的图象，若$g(x_1)\cdot g(x_2)=9$，则$|x_1-x_2|$的值可能为（　　）

A．$\dfrac{5\pi}{4}$　　B．$\dfrac{3\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{\pi}{3}$

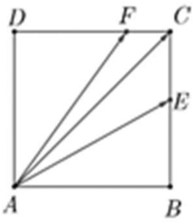
12．设$a=\cos 50^\circ\cdot\cos 127^\circ+\cos 40^\circ\cdot\cos 37^\circ$，$b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin 56^\circ-\cos 56^\circ)$，$c=\dfrac{1-\tan^2 39^\circ}{1+\tan^2 39^\circ}$，$d=\dfrac{1}{2}(\cos 80^\circ-2\cos^2 50^\circ+1)$，则 **a**，**b**，**c**，**d** 的大小关系是（　　）

A．$a>b>d>c$　　B．$c>a>b>d$　　C．$b>a>d>c$　　D．$a>c>b>d$

二、填空题

13．设向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=3$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=0$．若$-1\le\lambda\le 2$，则$|\vec{a}+\lambda\vec{b}+(1-\lambda)\vec{c}|$的最大值是________．

14．如图，已知正方形$ABCD$，点 **E**，**F** 分别为线段BC，CD上的动点，且$|BE|=2|CF|$，设$\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AF}$（**x**，$y\in R$），则$x+y$的最大值为______．

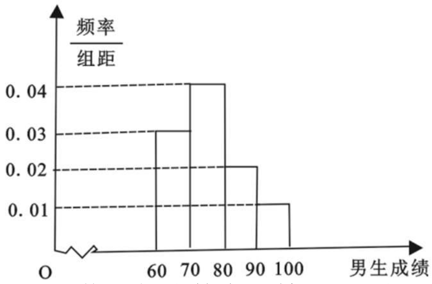


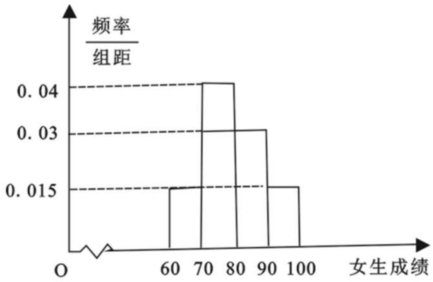
15．将一颗质地均匀的骰子(一种各个面上分别标有1，2，3，4，5，6个点的正方体玩具)先后抛掷2次，则出现向上的点数之和小于10的概率是________.

16．已知某运动队有男运动员4名，女运动员3名，若现在选派3人外出参加比赛，则选出的3人中男运动员比女运动员人数多的概率是________.

三、解答题

17．某校高二期中考试后，教务处计划对全年级数学成绩进行统计分析，从男、女生中各随机抽取100名学生，分别制成了男生和女生数学成绩的频率分布直方图，如图所示.





（1）若所得分数大于等于80分认定为优秀，求男、女生优秀人数各有多少人？

（2）在（1）中的优秀学生中用分层抽样的方法抽取5人，从这5人中任意任取2人，求至少有**1**名男生的概率.

18．为促进农业发展，加快农村建设，某地政府扶持兴建了一批“超级蔬菜大棚”，为了解大棚的面积与年利润之间的关系，随机抽取了其中的7个大棚，并对当年的利润进行统计整理后得到了如下数据对比表：

大棚面积（亩）x	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
年利润（万元）y	6	7	7.4	8.1	8.9	9.6	11.1

由所给数据的散点图可以看出，各样本点都分布在一条直线附近，并且y与x有很强的线性相关关系.

（1）求y关于x的线性回归方程;（结果保留三位小数）;

（2）小明家的“超级蔬菜大棚”面积为8.0亩，估计小明家的大棚当年的利润为多少;

（3）另外调查了近5年的不同蔬菜亩平均利润（单位：万元），其中无丝豆为：1.5，1.7，2.1，2.2，2.5；彩椒为：1.8，1.9，1.9，2.2，2.2，请分析种植哪种蔬菜比较好？

参考数据：$\sum_{i=1}^{7}x_iy_i=359.6$，$\sum_{i=1}^{7}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=7$.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$，$\hat{a}=\hat{y}-\hat{b}x$.

19．高一军训时，某同学射击一次，命中 10 环，9 环，8 环的概率分别为 0.13,0.28,0.31.
(1)求射击一次，命中 10 环或 9 环的概率；
(2)求射击一次，至少命中 8 环的概率；
(3)求射击一次，命中环数小于 9 环的概率.

20．平面内给定三个向量 $\vec{a}=(3,2)$，$\vec{b}=(-1,2)$，$\vec{c}=(4,1)$.
(1)求满足 $\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$ 的实数 m，n；
(2)若 $(\vec{a}+k\vec{c})//(2\vec{b}-\vec{a})$，求实数 k；

21．已知函数 $f(x)=a\sin x\cdot\cos x-\sqrt{3}a\cos^2 x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}a+b\ (a>0)$

(1)写出函数的最小正周期；

(2)设 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，$f(x)$ 的最小值是 -2，最大值是 $\sqrt{3}$，求实数 a,b 的值.

22．已知 $m\neq 0$，函数 $f\left(x\right)=\sin x+\cos x-m\sin x\cos x+1$

（Ⅰ）当 $m=1$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 的最大值并求出相应 x 的值；

（Ⅱ）若函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{2},2\pi\right]$ 上有 **6** 个零点，求实数 m 的取值范围.

参考答案

1．D

【解析】

【分析】

根据回归直线过样本的中心点$\left(\overline{x},\overline{y}\right)$，求出$\overline{x}$和$\overline{y}$的值，即可得解.

【详解】

由表格中的数据可得$\overline{x}=\dfrac{0+1+2+3}{4}=1.5$，$\overline{y}=\dfrac{1+3+5+7}{4}=4$.

因此，回归直线$y=bx+a$必过点$\left(1.5,4\right)$.

故选：D.

【点睛】

本题考查回归直线所过定点的求解，考查计算能力，属于基础题.

2．D

【解析】

【分析】

先计算$\overline{x}=\frac{18}{15}=1.2$，代入回归直线方程，可得$\overline{y}=5\times1.2+11=17$，从而可求得结果.

【详解】

因为$\sum_{i=1}^{15}x_i=18$，所以$\overline{x}=\frac{18}{15}=1.2$，

代入回归直线方程可求得$\overline{y}=5\times1.2+11=17$，

所以$\sum_{i=1}^{15}y_i=17\times15=255$，

故选D.

【点睛】

该题考查的是有关回归直线的问题，涉及到的知识点有回归直线一定会过样本中心点，利用相关公式求得结果，属于简单题目.

3．A

【解析】

【分析】

将数据代入最小二乘法公式，求出$\hat{b}$和$\hat{a}$的值，即可得出y关于x的回归直线方程.

【详解】

由表格中的数据得$\overline{x}=\dfrac{2+3+4+5+6}{5}=4$，$\overline{y}=\dfrac{19+25+35+37+42}{5}=31.6$，

$$\therefore \hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{690-5\times4\times31.6}{90-5\times4^2}=5.8，\hat{a}=31.6-5.8\times4=8.4，$$

因此，y关于x的回归直线方程为$\hat{y}=5.8x+8.4$.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用最小二乘法求回归直线方程，熟练利用最小二乘法公式计算是解答的关键，考查计算能力，属于基础题.

4．C

【解析】

【分析】

根据平均数和中位数的定义即可得出结果.

【详解】

6名男生的平均身高为$\dfrac{173+176+178+180+186+193}{6}=181$，

9名女生的身高按由低到高的顺序排列为162，163，166，167，168，170，176，184，185，故中位数为168.

故选:C.

【点睛】

本题考查由茎叶图求平均数和中位数,难度容易.

5．D

【解析】

【分析】

计算得到新数据的平均数为am，方差为a^2n，标准差为$a\sqrt{n}$，结合选项得到答案.

【详解】

根据题意知：这组新数据的平均数为am，方差为a^2n，标准差为$a\sqrt{n}$.

故选：D

【点睛】

本题考查了数据的平均值，方差，标准差，掌握数据变化前后的关系是解题的关键.

6．B

【解析】

【分析】

【详解】

试题分析：由题意知，样本容量为$\left(3500+4500+2000\right)\times 2\%=200$，其中高中生人数为

$2000\times 2\%=40$，

高中生的近视人数为$40\times 50\%=20$，故选B.

【考点定位】

本题考查分层抽样与统计图，属于中等题.

7．C

【解析】

【分析】

根据题意，由向量平行的坐标表示公式可得$a\left(a+1\right)=2$，解可得a的值，即可得答案.

【详解】

根据题意，向量$\vec{m}=\left(a,2\right)$，$\vec{n}=\left(1,1+a\right)$，

若$\vec{m}//\vec{n}$，则有$a\left(a+1\right)=2$，

解可得$a=-2$或1；

故选C.

【点睛】

本题考查向量平行的坐标表示方法，熟记平行的坐标表示公式得到关于a的方程是关键，是基础题

8．B

【解析】

【分析】

判断θ为第三象限角，化简得到答案.

【详解】

$\sin\theta<0$，$\tan\theta>0$，故θ为第三象限角，$\sqrt{1-\sin^2\theta}=|\cos\theta|=-\cos\theta$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了象限角的判断，同角三角函数关系，意在考查学生的计算能力.

9．C

【解析】

【分析】

直接利用余弦型函数的性质求出结果.

【详解】

函数$f\left(x\right)=\cos\left(2x+\varphi\right)$ $(-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称，

则：$2x+\varphi=k\pi\left(k\in Z\right)$，

即：$\varphi=k\pi-\dfrac{\pi}{3}\left(k\in Z\right)$，

当$k=0$时，$\varphi=-\dfrac{\pi}{3}$.

故选C.

【点睛】

本题考查余弦函数的性质，熟记对称轴是关键.

10．C

【解析】

角θ的终边过点$\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，则$r=\sqrt{x^2+y^2}=1$，所以$\sin\theta=\dfrac{y}{r}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

故选C.

11．C

【解析】

【分析】

利用二倍角公式与辅助角公式将函数$y=f\left(x\right)$的解析式化简，然后利用图象变换规律得出

函数$y=g\left(x\right)$的解析式为$g\left(x\right)=2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{6}\right)+1$，可得函数$y=g\left(x\right)$的值域为$\left[-1,3\right]$，

结合条件$g\left(x_1\right)\cdot g\left(x_2\right)=9$，可得出$g\left(x_1\right)$、$g\left(x_2\right)$均为函数$y=g\left(x\right)$的最大值，于是得出$\left|x_1-x_2\right|$为函数$y=g\left(x\right)$最小正周期的整数倍，由此可得出正确选项.

【详解】

函数$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

将函数$y=f\left(x\right)$的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$倍，得$y=2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象；

再把所得图象向上平移1个单位，得函数$y=g\left(x\right)=2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{6}\right)+1$的图象，易知函数$y=g\left(x\right)$的值域为$\left[-1,3\right]$.

若$g\left(x_1\right)\cdot g\left(x_2\right)=9$，则$g\left(x_1\right)=3$且$g\left(x_2\right)=3$，均为函数$y=g\left(x\right)$的最大值，

由$4x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，解得$x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2}\left(k\in Z\right)$；

其中x_1、x_2是三角函数$y=g\left(x\right)$最高点的横坐标，

$\therefore\left|x_1-x_2\right|$的值为函数$y=g\left(x\right)$的最小正周期$T$的整数倍，且$T=\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$. 故选C.

【点睛】

本题考查三角函数图象变换，同时也考查了正弦型函数与周期相关的问题，解题的关键在于确定$g\left(x_1\right)$、$g\left(x_2\right)$均为函数$y=g\left(x\right)$的最大值，考查分析问题和解决问题的能力，属于中等题.

12．D

【解析】

【分析】

化简得到$a=\cos 77^\circ$，$b=\cos 79^\circ$，$c=\cos 78^\circ$，$d=\cos 80^\circ$，得到答案.

【详解】

$a=\cos 50^\circ\cdot\cos 127^\circ+\cos 40^\circ\cdot\cos 37^\circ=-\sin 40^\circ\sin 37^\circ+\cos 40^\circ\cdot\cos 37^\circ=\cos 77^\circ$；

$b=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 56^\circ-\cos 56^\circ\right)=\sin 45^\circ\sin 56^\circ-\cos 45^\circ\cos 56^\circ=-\cos 101^\circ=\cos 79^\circ$；

$c=\frac{1-\tan^2 39^\circ}{1+\tan^2 39^\circ}=\cos^2 39^\circ-\sin^2 39^\circ=\cos 78^\circ$；

$d=\frac{1}{2}\left(\cos 80^\circ-2\cos^2 50^\circ+1\right)=\cos^2 40^\circ-\cos^2 50^\circ=\cos 80^\circ$.

根据余弦函数的单调性知：$a>c>b>d$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了三角恒等变换，三角函数的单调性，意在考查学生的综合应用能力.

13．$2\sqrt{10}+1$

【解析】

【分析】

令$\vec{n}=\lambda\vec{b}+\left(1-\lambda\right)\vec{c}$，计算出$\vec{n}$模的最大值即可，当$\vec{n}$与$\vec{a}$同向时$\left|\vec{a}+\vec{n}\right|$的模最大.

【详解】

令$\vec{n}=\lambda\vec{b}+\left(1-\lambda\right)\vec{c}$，则$\left|\vec{n}\right|=\sqrt{\left[\lambda\vec{b}+\left(1-\lambda\right)\vec{c}\right]^2}=\sqrt{13\lambda^2-18\lambda+9}$，因为$-1\le\lambda\le 2$，

所以当$\lambda=-1$，$\left|\vec{n}\right|_{\max}=\sqrt{13+18+9}=2\sqrt{10}$，因此当$\vec{n}$与$\vec{a}$同向时$\left|\vec{a}+\vec{n}\right|$的模最大，

$\left|\vec{a}+\vec{n}\right|_{\max}=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{n}\right|=2\sqrt{10}+1$

【点睛】

本题主要考查了向量模的计算，以及二次函数在给定区间上的最值．整体换元的思想，属于较的难题，在解二次函数的问题时往往结合图像、开口、对称轴等进行分析.

14．$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

【解析】

【分析】

设边长为1，$\left|CF\right|=a$，建立直角坐标系，求得$\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF}$的坐标，根据题设用$a$表示出$x+y$，再利用函数的性质，即可求解.

【详解】

建立如图所示的直角坐标系，并设边长为1，$\left|CF\right|=a$，

则 $A(0,0),C(1,1),E(1,2a),F(1-a,1)$，可得 $\overrightarrow{AC}=(1,1),\overrightarrow{AE}=(1,2a),\overrightarrow{AF}=(1-a,1)$，

由 $\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AF},(x,y\in R)$，

可得 $\begin{cases}x+(1-a)y=1\\2ax+y=1\end{cases}$，解得 $x=\dfrac{a}{2a^2-2a+1},y=\dfrac{1-2a}{2a^2-2a+1}$（其中 $0\le a\le\dfrac{1}{2}$），

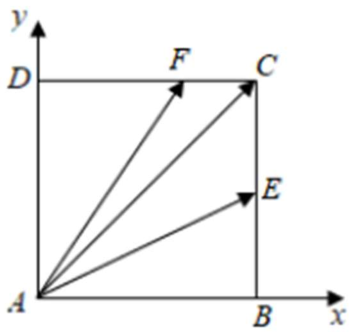
所以 $x+y=\dfrac{1-a}{2a^2-2a+1}$，

令 $t=1-a\in[\dfrac{1}{2},1]$，则 $x+y=\dfrac{t}{2t^2-2t+1}=\dfrac{1}{2t+\frac{1}{t}-2}\le\dfrac{1}{2\sqrt{2}-2}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$，

当且仅当 $t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，即 $a=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号，

所以 $x+y$ 的最大值为 $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$.



【点睛】

本题主要考查了平面向量的基本定理，向量的坐标运算，以及利用基本不等式求最值的应用，其中解答中将平面向量问题坐标化，通过数形结合求解是解答的关键，着重考查了数形结合思想，以及推理与运算能力.

15．$\dfrac{5}{6}$

【解析】

基本事件总数为36，点数之和小于10的基本事件共有30种，所以所求概率为 $\dfrac{30}{36}=\dfrac{5}{6}$.

【考点】古典概型

【名师点睛】概率问题的考查，侧重于对古典概型和对立事件的概率的考查，属于简单题.江苏对古典概型概率的考查，注重事件本身的理解，淡化计数方法.因此先明确所求事件本身的含义，然后一般利用枚举法、树形图解决计数问题，而当正面问题比较复杂时，往往利用对立事件的概率公式进行求解.

16．$\dfrac{22}{35}$.

【解析】

【分析】

将所求事件分为两种情况：2男1女，3男，这两个事件互斥，然后利用古典概型的概率公式和互斥事件的概率加法公式可求出所求事件的概率.

【详解】

事件“选出的3人中男运动员比女运动员人数多”包含事件“2男1女”和事件“3男”，

由古典概型概率公式和互斥事件的概率加法公式可知，

事件“选出的3人中男运动员比女运动员人数多”的概率为$\dfrac{C_4^2C_3^1+C_4^3}{C_7^3}=\dfrac{22}{35}$，

故答案为$\dfrac{22}{35}$.

【点睛】

本题考查古典概型的概率公式和互斥事件的概率加法公式的应用，解题时要将所求事件进行分类讨论，结合相关公式进行计算，考查计算能力，属于中等题.

17.（1）男30人，女45人（2）$\dfrac{7}{10}$

【解析】

【分析】

（1）根据频率分布直方图求出男、女生优秀人数即可；

（2）求出样本中的男生和女生的人数，写出所有的基本事件以及满足条件的基本事件的个数，从而求出满足条件的概率即可.

【详解】

（1）由题可得，男生优秀人数为$100\times\left(0.01+0.02\right)\times10=30$人，

女生优秀人数为$100\times\left(0.015+0.03\right)\times10=45$人；

（2）因为样本容量与总体中的个体数的比是$\dfrac{5}{30+45}=\dfrac{1}{15}$，

所以样本中包含男生人数为$30\times\dfrac{1}{15}=2$人，女生人数为$45\times\dfrac{1}{15}=3$人.

设两名男生为A_1，A_2，三名女生为B_1，B_2 B_3.

则从 5 人中任意选取 2 人构成的所有基本事件为：

$\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,B_1\}$，$\{A_1,B_2\}$，$\{A_1,B_3\}$，$\{A_2,B_1\}$，$\{A_2,B_2\}$，$\{A_2,B_3\}$，$\{B_1,B_2\}$，$\{B_1,B_3\}$，

$\{B_2,B_3\}$共 10 个，

记事件C：“选取的 2 人中至少有一名男生”，

则事件C包含的基本事件有：

$\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,B_1\}$，$\{A_1,B_2\}$，$\{A_1,B_3\}$，$\{A_2,B_1\}$，$\{A_2,B_2\}$，$\{A_2,B_3\}$共 7 个.

所以$P(C)=\dfrac{7}{10}$.

【点睛】

本题考查了频率分布问题，考查了古典概型概率问题，是一道中档题.

18．(1) $\hat{y}=1.571x-1.126$.

(2) 11.442 万元.

(3) 种植彩椒比较好.

【解析】

分析：（1）先求均值，再代公式求$\hat{b}$，根据$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$求$\hat{a}$，（2）即求自变量为 8.0 时对应函数值，（3）分别求平均利润（一样），再分别求方差，根据方差越小越稳定，进行选择.

详解：（1）$\overline{x}=6$，$\overline{y}=8.3$，$7\overline{xy}=348.6$.

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{xy}}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}=\frac{359.6-348.6}{7}=\frac{11}{7}\approx 1.571,$$

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=8.3-1.571\times 6=-1.126$，

那么回归方程为：$\hat{y}=1.571x-1.126$.

（2）将$x=8.0$代入方程得$\hat{y}=1.571\times 8.0-1.126=11.442$，即小明家的“超级大棚”当年的利润大约为 11.442 万元.

（3）近5年来，无丝豆亩平均利润的平均数为$m=\frac{1.5+1.7+2.1+2.2+2.5}{2}=2$，

方差$s_1^2=\frac{1}{5}\left[(1.5-2)^2+(1.7-2)^2+(2.1-2)^2+(2.2-2)^2+(2.5-2)^2\right]=0.128$.

彩椒亩平均利润的平均数为$n=\frac{1.8+1.9+1.9+2.2+2.2}{5}=2$.

方差为$s_2^2=\frac{1}{5}\left[(1.8-2)^2+(1.9-2)^2+(1.9-2)^2+(2.2-2)^2+(2.2-2)^2\right]=0.028$.

因为$m=n$，$s_1^2=s_2^2$，∴种植彩椒比较好.

点睛：函数关系是一种确定的关系，相关关系是一种非确定的关系.事实上，函数关系是两个非随机变量的关系，而相关关系是非随机变量与随机变量的关系.如果线性相关，则直接根据用公式求$\hat{a},\hat{b}$，写出回归方程，回归直线方程恒过点$(\overline{x},\overline{y})$.

19.（1）P(A_{10})＝0.13，P(A_9)＝0.28，P(A_8)＝0.31；（2）0.41；（3）0.59.

【解析】

【分析】

（1）利用互斥事件概率的加法公式求解，即可得到答案；

（2）利用互斥事件概率的加法公式，即可求解；

（3）利用对立事件的概率计算公式，即可求解.

【详解】

设事件“射击一次，命中i环”为事件A_i(0≤i≤10，且i∈N)，且A_i两两互斥.

由题意知P(A_{10})＝0.13，P(A_9)＝0.28，P(A_8)＝0.31.

(1)记“射击一次，命中10环或9环”的事件为A，那么P(A)＝P(A_{10})＋P(A_9)＝0.13＋0.28＝0.41.

(2)记“射击一次，至少命中8环”的事件为B，那么P(B)＝P(A_{10})＋P(A_9)＋P(A_8)＝0.13＋0.28＋0.31＝0.72.

(3)记“射击一次，命中环数小于9环”的事件为C，则C与A是对立事件，

∴P(C)＝1－P(A)＝1－0.41＝0.59.

【点睛】

本题主要考查了互斥事件和对立事件的概率的计算问题，其中明确互斥事件和对立的事件的概念和互斥事件和对立时间的概率计算公式是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，属于基础题.

20．（1）$m=\frac{5}{9},n=\frac{8}{9}$；（2）$-\frac{16}{13}$.

【解析】

【分析】

(1)由$\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$及已知得$(3,2)=m(-1,2)+n(4,1)$,由此列方程组能求出实数$m,n$；(2)

由$(\vec{a}+k\vec{c})//(2\vec{b}-\vec{a})$,可得$2\times(3+4k)-(-5)\times(2+k)=0$，由此能求出$k$的值.

【详解】

(1)由题意得(3,2)＝m(－1,2)＋n(4,1)，所以$\begin{cases}-m+4n=3\\2m+n=2\end{cases}$，解得$m=\frac{5}{9},n=\frac{8}{9}$；

(2)∵a＋kc＝(3＋4k,2＋k)，2b－a＝(－5,2)，

∴2×(3＋4k)－(－5)×(2＋k)＝0. ∴k＝$-\frac{16}{13}$.

【点睛】

本题主要考查相等向量与共线向量的性质，属于简单题. 利用向量的位置关系求参数是出题的热点，主要命题方式有两个：（1）两向量平行，利用$x_1y_2-x_2y_1=0$解答；（2）两向量垂直，利用$x_1x_2+y_1y_2=0$解答.

21．（1）π；（2）$a=2,b=-2+\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】

（1）利用降幂公式和辅助角公式可得$f(x)=a\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+b$，利用最小正周期的计算公式可得所求的最小正周期.

（2）求出$2x-\frac{\pi}{3}$的范围后利用正弦函数的性质可求$f(x)$的最值，结合已知的最值可求a,b的值.

【详解】

（1）$f(x)=\frac{a}{2}\sin 2x-\sqrt{3}a\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}a+b$

$$=a\left(\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x\right)+b=a\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+b,$$

故 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

（2）当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$-\frac{\pi}{3}\le 2x-\frac{\pi}{3}\le\frac{2\pi}{3}$，

故 $-\frac{\sqrt{3}}{2}\le\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 1$，又 $a>0$，

故 $-\frac{\sqrt{3}}{2}a+b\le a\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+b\le a+b$，

所以 $\begin{cases}a+b=\sqrt{3}\\-\frac{\sqrt{3}}{2}a+b=-2\end{cases}$，故 $\begin{cases}a=2\\b=-2+\sqrt{3}\end{cases}$.

【点睛】

形如 $f(x)=A\sin^2\omega x+B\sin\omega x\cos\omega x+C\cos^2\omega x$ 的函数，可以利用降幂公式和辅助角公式将其化为 $f(x)=A'\sin(2\omega x+\varphi)+B'$ 的形式，再根据复合函数的讨论方法求该函数的单调区间、最值、对称轴方程和对称中心等.

22.（Ⅰ）$f(x)$ 的最大值为 2, 此时 $x=2k\pi$ 或 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$；

（Ⅱ）$m\in(-\infty,-1)$

【解析】

【分析】

（Ⅰ）令 $t=\sin x+\cos x$，再将其 $f(x)$ 的最大值以及相应 x 的值即可.

（Ⅱ）令 $f(x)=0$,再参变分离讨论在区间上单调性与值域,进而分析零点个数即可.

【详解】

（Ⅰ）当 $m=1$ 时，$f(x)=\sin x+\cos x-\sin x\cos x+1$,令 $t=\sin x+\cos x$，

则 $t^2=1+2\sin x\cos x\Rightarrow\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$.

故 $f\left(x\right)=\sin x+\cos x-\sin x\cos x+1=g(t)=t-\frac{t^2-1}{2}+1$,故 $g(t)=-\frac{1}{2}(t-1)^2+2$.

又 $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$.

故 $g(t)=-\frac{1}{2}(t-1)^2+2$ 在 $t=1$ 时取最大值 2,

此时 $\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=1$,即 $\sin(x+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

解得 $x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{4}$ 或 $x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{3\pi}{4}$, $k\in Z$.

化简得 $x=2k\pi$ 或 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$, $k\in Z$.

故 $f\left(x\right)$ 的最大值为 2, 此时 $x=2k\pi$ 或 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$, $k\in Z$.

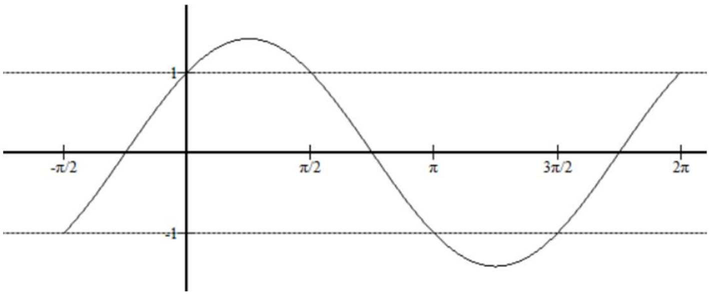
（II）由（I）令 $f\left(x\right)=0$ 有 $\sin x+\cos x+1=m\sin x\cos x$, $x\in\left[-\frac{\pi}{2},2\pi\right]$.

当 $\sin x+\cos x+1=m\sin x\cos x=0$ 时有 3 个零点, $x=-\frac{\pi}{2}$, $x=\pi$ 或 $x=\frac{3}{2}\pi$ 时均成立.

当 $\sin x\cos x\neq 0$ 时,有 $m=\frac{\sin x+\cos x+1}{\sin x\cos x}$,设 $t=\sin x+\cos x$,则 $\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}\neq 0$

则 $m=\frac{\sin x+\cos x+1}{\sin x\cos x}=\frac{t+1}{\frac{t^2-1}{2}}=\frac{2}{t-1}$ 也有 3 个根.又 $m=\frac{2}{t-1}$ 为一一对应的函数,故只需 t 的函数值有 3 个根即可.又 $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4}), x\in\left[-\frac{\pi}{2},2\pi\right]$, 画出图像知,

当 $-1<t<1$ 时均有 3 个自变量与之对应. 故此时 $m=\frac{2}{t-1}\in\left(-\infty,-1\right)$



故 $m\in\left(-\infty,-1\right)$

【点睛】

本题主要考查了三角函数中的换元用法以及关于二次函数的复合函数问题,同时也考查了数形结合解决零点个数的问题,需要换元分析复合函数的定义域与值域的关系,属于难题.