**【冲刺十套】2020年高考名校考前仿真模拟卷**

**理 科 数 学（五）**

**注意事项：**

1、本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡上。

2、回答第Ⅰ卷时，选出每小题的答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在试卷上无效。

3、回答第Ⅱ卷时，将答案填写在答题卡上，写在试卷上无效。

4、考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

**第Ⅰ卷**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设集合，，则（ ）

A． B．

C． D．

2．复数在复平面内所对应的点位于（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

3．函数是（ ）

A．周期为的奇函数 B．周期为的偶函数

C．周期为的奇函数 D．周期为的偶函数

4．函数的大致图象是（ ）

A． B．

C． D．

5．已知双曲线的左、右焦点分别为，实轴端点分别为，点是双曲线上不同于的任意一点，与的面积比为，则双曲线的渐近线方程为（ ）

A． B． C． D．

6．对任意，若，则实数（ ）

A． B． C． D．

7．德国数学家莱布尼兹（年年）于年得到了第一个关于的级数展开式，该公式于明朝初年传入我国．在我国科技水平业已落后的情况下，我国数学家、天文学家明安图（年年）为提高我国的数学研究水平，从乾隆初年（年）开始，历时近年，证明了包括这个公式在内的三个公式，同时求得了展开三角函数和反三角函数的个新级数公式，著有《割圆密率捷法》一书，为我国用级数计算开创了先河．如图所示的程序框图可以用莱布尼兹“关于的级数展开式”计算的近似值（其中表示的近似值），若输入，则输出的结果是（ ）



A． B．

C． D．

8．的展开式中的常数项等于（ ）

A． B． C． D．

9．在正方体中，是的中点，则异面直线与所成角的余弦值

为（ ）

A． B． C． D．

10．在中，，为线段上的点，且．

若，则（ ）

A． B． C． D．

11．在中，内角的对边分别为，已知，，，则的面积为（ ）

A． B． C． D．

12．若函数恰有两个零点，则实数的值为（ ）

A． B． C． D．

**第Ⅱ卷**

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分．**

13．甲、乙两支足球队进行一场比赛，三位球迷赛前在一起聊天．说：“甲队一定获胜．”说：“甲队不可能输．”说：“乙队一定获胜．”比赛结束后，发现三人中只有一人的判断是正确的，则比赛的结果不可能是\_\_\_\_\_\_．（填“甲胜”“乙胜”“平局”中的一个）

14．公元前世纪的毕达哥拉斯是最早研究“完全数”的人．完全数是一种特殊的自然数，它所有的真因子（即除了自身以外的约数）的和恰好等于它本身．若从集合中随机抽取两个数，则这两个数中有完全数的概率是\_\_\_\_\_\_．

15．往一球型容器注入的水，测得水面圆的直径为，水深为，若以的速度往该容器继续注水，当再次测得水面圆的直径为时，则需经过\_\_\_\_\_\_．

16．已知斜率存在的直线交抛物线于两点，点，若，

则直线恒过的定点是\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共6个大题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（12分）已知数列满足．

（1）证明：数列为等差数列；

（2）设，求数列的前项和．

18．（12分）如图，在三棱锥中，，，，二面角的大小为120°，点在棱上，且，点为的重心．

（1）证明：平面；

（2）求二面角的正弦值．



19．（12分）甲市有万名高三学生参加了大联考，根据学生数学成绩（满分：分）的大数据分析可知，本次数学成绩服从正态分布，即，且，．

（1）求，的值；

（2）现从甲市参加此次联考的高三学生中，随机抽取名学生进行问卷调查，其中数学成绩高于分的人数为，求；

（3）与甲市相邻的乙市也有万名高三学生参加了此次联考，且其数学成绩服从正态分布．某高校规定此次联考数学成绩高于分的学生可参加自主招生考试，则甲和乙哪个城市能够参加自主招生考试的学生更多？

附：若随机变量，则，，．

20．（12分）椭圆将圆的圆周分为四等份，且椭圆的离心率为．

（1）求椭圆的方程；

（2）若直线与椭圆交于不同的两点，且的中点为，线段的垂直平分线为，直线与轴交于点，求的取值范围．

21．（12分）已知函数．

（1）设函数，讨论的单调性；

（2）当时，若存在，，，使，证明：．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．**

22．（10分）【选修4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系中，曲线的参数方程为，（为参数）．以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴，建立极坐标系，直线经过点，且与极轴所成的角为．

（1）求曲线的普通方程及直线的参数方程；

（2）设直线与曲线交于两点，若，求直线的普通方程．

23．（10分）【选修4-5：不等式选讲】

已知存在，使得，．

（1）求的取值范围；

（2）证明：

**【冲刺十套】2020年高考名校考前仿真模拟卷**

**理科数学答案（五）**

**第Ⅰ卷**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．【答案】C

【解析】因为，，

所以，，故选C．

2．【答案】B

【解析】由题意，该复数对应的点位于第二象限，故选B．

3．【答案】B

【解析】根据周期公式可得，

又，所以该函数是偶函数，故选B．

4．【答案】A

【解析】首先，为奇函数，则可排除B；

当时，，则可排除D；

因为，，所以，则可排除C．

5．【答案】C

【解析】由于，故，

由题意双曲线的焦点在*x*轴上，

因此渐近线方程为，，

故渐近线方程为，

故选C．

6．【答案】D

【解析】由于，故，，

，，

，

对任意成立，

，，，

故选D．

7．【答案】B

【解析】，，，，

，，

此时，输出，即为的近似值．

8．【答案】A

【解析】由于，

，

故的展开式中的常数项为，故选A．

9．【答案】C

【解析】如图建立空间直角坐标系，



则，，，，，，

设异面直线与所成角为，

，故选C．

10．【答案】B

【解析】不妨设，，







，

，

由余弦定理，联立得到，

，，

故选B．

11．【答案】A

【解析】由正弦定理可得，

又，，，，，

由正弦定理可得，

又，，故*C*为锐角，，



，

故，故选A．

12．【答案】C

【解析】由于，不为零点，

，即与有两个交点，

与同正负，

令，，故在单调递增；

令，，故在单调递减，



结合图像可知当时，与有两个交点，

函数恰有两个零点．

故选C．

**第Ⅱ卷**

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分．**

13．【答案】甲胜

【解析】若甲队获胜，则*A*，*B*判断都正确，与三人中只有一人的判断是正确的矛盾，

故甲不可能获胜．

故答案为：甲胜．

14．【答案】

【解析】1没有除自身外的约数，因此1不为完全数；

6的真因子为1，2，3，1+2+3=6，故6为完全数；

24的真因子为1，2，3，4，6，8，12，1+2+3+4+6+8+12=36，故24不为完全数；

28的真因子为1，2，4，7，14，1+2+4+7+14=28，故28为完全数；

36的真因子为1，2，3，4，6，9，12，18，1+2+3+4+6+9+12+18=54，故36不为完全数；

因此集合中为完全数，不为完全数．

在集合中任取两个数有种情况；

在集合中任取两个数有种情况；

这两个数中有完全数的对立事件为取到的两个数都不是完全数，因此，

故答案为．

15．【答案】

【解析】设球半径为，如图假设水面在所在位置，则，，，

由球截面性质：，，

球体积：，



当再次测得水面圆的直径为时，水面到达关于球心对称的位置所在平面，

此时注入水的体积，

故经过的时间，故答案为．

16．【答案】

【解析】设直线，，，

设，，，，

，

，

，

，，即，过定点，

故答案为．

**三、解答题：本大题共6个大题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．【答案】（1）证明见解析；（2）．

【解析】（1）证明：数列满足，

当时，，即，

时，，

又，

两式相减可得，

，即有，对也成立，

则数列为首项为1，公差为2的等差数列．

（2），

设的前项和为，则，

，

相减可得，

化简可得，

则前项和．

18．【答案】（1）证明见解析；（2）．

【解析】（1）证明：连接，并延长与相交于点，连接，

因为点为的重心，所以，

在中，有，所以，

则平面，平面，所以平面．

（2）过点在中作，与相交于点，

因为，，则为二面角的平面角，则，

以点为坐标原点，所在直线为轴，所在直线为轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



因为，，，，

则，，，，

所以，，，，

记平面的法向量，则，

令，得到平面的一个法向量，

设平面的一个法向量为，则，

令，得到平面的一个法向量，

，

设二面角的平面角为，则，

即二面角的正弦值为．

19．【答案】（1）；（2）；（3）甲市能够参加自主招生考试的学生更多．

【解析】（1）因为，

，

所以，解得．

（2）．

由题意知，所以．

（3）因为，

所以．

由（2）可知，

即甲市数学成绩高于分的学生人数与乙市数学成绩高于分的学生人数相等，

根据正态分布的特点可知，甲市数学成绩高于分的学生人数比乙市多，

即甲市能够参加自主招生考试的学生更多．

20．【答案】（1）；（2）．

【解析】（1）不妨取第一象限的交点为，

由椭圆将圆的圆周分为四等份，知，所以，

因为点在椭圆上，所以．①

因为，所以．②

①②联立，解得，，所以椭圆的方程为．

（2）设，，则，

两式相减，得，

又因的中点为，所以，，

所以直线的斜率．

当时，直线的方程，直线即轴，此时；

当时，直线的斜率，

所以直线的方程为，即，

令，则．

因为点在椭圆内部，所以，

所以，所以，

综上所述，的取值范围为．

21．【答案】（1）见解析；（2）证明见解析．

【解析】（1）的定义域为，，

①当时，恒成立，所以在上单调递减；

②当时，令，得，则单调递减；

令，得，则单调递增，

综上，当时，在单调递减；

当时，在上单调递增，在上单调递减．

（2）证明：不妨设，由，

得，

所以．

设，则，故在上单调递增．

因为，所以，所以，

即，故，

所以，

于是，

则．

22．【答案】（1），（为参数）；（2）或．

【解析】（1）由参数方程得，

所以曲线的普通方程为．

设点的直角坐标为，则，，

即，故直线的参数方程为（为参数）．

（2）将，代入，得，

，

设是方程的两个根，则，．

所以，

所以，

整理得或，

所以直线的方程为或．

23．【答案】（1）；（2）证明见解析．

【解析】（1）因为，

因为存在，使得，所以，

即的取值范围是．

（2）由（1）知，

因为，

又，所以，

当且仅当时等号成立